

Emelt szintű gyakorló feladatsor

Számadó László

I. rész

1. Egy televíziós tehetségkutató műsorban négy mentor énekesei versenyeznek. A nézők telefonos szavazatai alapján alakul ki a sorrend. A műsorvezető az izgalom fokozása miatt minden mentornak ad egy kis információt a szavazás állásáról. Sorban ezek az állítások hangzottak el:

A három versenyző közül pontosan kettő nincs az utolsó három hely egyikén.

A két versenyző közül pontosan egy áll az utolsó három hely egyikén.

A két versenyző közül legalább egy az utolsó három hely egyikén áll.

A két versenyző közül legalább egy biztosan nincs az utolsó három hely egyikén.

a) A négy mentor közül gondolhatja-e ekkor valamelyik azt, hogy a versenyzői közül semelyik sincs az utolsó három hely egyikén?

b) Hányféle sorrend képzelhető el az elhangzott mondatok alapján? (11 pont)

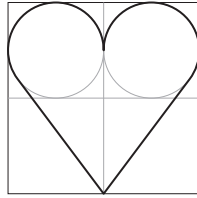
2. Oldjuk meg a következő egyenletet:

$$\lg(2-x) \cdot \sqrt{6-x-x^2} \cdot \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 0. \quad (12 \text{ pont})$$

3. Enikő pólóján egy olyan szív alakú forma látható, amelyet egy 24 cm oldalú négyzetbe lehet rajzolni az ábrán látható módon.

Mekkora az így kapott szív kerülete, területe?

(14 pont)



4. Kiválasztottunk nyolc olyan várost, amelyek közül bármelyik kettő között közvetlen repülőgép összeköttetés van. Egy téli napon a rendkívüli időjárási viszonyok miatt az összes ilyen útvonalból kilencen szüneteltetik a közlekedést. Mennyi annak a valószínűsége, hogy négy véletlenszerűen választott útvonalból pontosan kettőn van közlekedés? (14 pont)

II. rész

5. Oldjuk meg a valós számok halmazán a következő egyenletet:

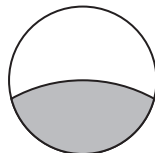
$$\left(\frac{\sqrt{5}}{4}\right)^{\frac{12-2\lg x}{-5+\lg x} - \frac{4}{1+\lg x}} = 10,24. \quad (16 \text{ pont})$$

6. Az $ABCDEFGH$ kockát kettévágtuk az A csúcsra, a BF él P felezőpontjára és az $ADHE$ oldallap Q középpontjára illeszkedő síkkal.

a) Mekkora a vágásfelület területe a kocka élével kifejezve?

b) Hogyan aránylik egymáshoz a kocka két részének térfogata? (16 pont)

7. Az ábrán Ibolya egyik fülbevalójának vázlatrajza látható. A körlemez középpontján áthaladó körív sugara kétszerese az eredeti körlemez sugarának. A fülbevaló hány százaléka sötétebb árnyalatú? (16 pont)



8. Egy harmadfokú függvényről tudjuk, hogy $f(2) = f(4) = 4$, a harmadfokú tag együtthatója 1, továbbá

$$\int_2^6 f(x) dx = 16.$$

Írjuk fel a függvénygörbe érintőjének egyenletét a görbe 5 abszcisszájú pontjában.

(16 pont)

9. Oldjuk meg a következő egyenletet:

$$(x^2 - 2013^2)^2 - 1 = 8052x.$$

(16 pont)