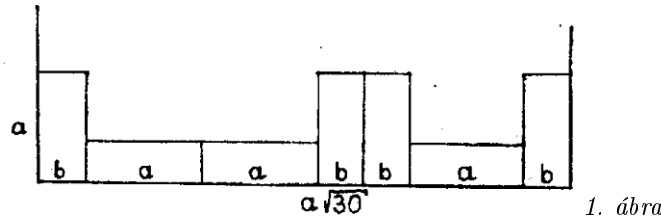


A kirakáshoz használt téglalapok oldalai legyenek a és b . A nagy téglalap területe 30-szorosa a kis téglalap területének, ezért oldalai $a\sqrt{30}$ és $b\sqrt{30}$. Képzeljük el, hogy a nagy téglalapot kiraktuk a kis téglalapokkal, és szemeljük ki az egyik $a\sqrt{30}$ hosszúságú oldalát. Erre az oldalra (befelé) kis téglalapok illeszkednek, és az egész szakaszt kitéltik (lásd az ábrát). Így ha k darab kis téglalap illeszkedik az a hosszúságú oldalával, l pedig a b hosszúságú oldalával erre a szakaszra, akkor

$$(1) \quad ka + lb = a\sqrt{30}.$$



Hasonlóan ha az egyik $b\sqrt{30}$ hosszúságú oldalt szemeljük ki, akkor találunk olyan nemnegatív egész m, n számokat, melyekre

$$(2) \quad ma + nb = b\sqrt{30}.$$

Így tehát ha a feladatban leírt lefedés lehetséges, akkor *találhatók olyan k, l, m, n nemnegatív egészek, melyekre (1) és (2) is fennáll.*

A továbbiakban azt vizsgáljuk, hogy mennyinek kell lennie az a/b aránynak ahhoz, hogy az előbbi feltétel teljesüljön. Az így adódó értékek közül azután kiválogatjuk azokat, melyekre a kirakást is el lehet végezni. (1)-ből és (2)-ből

$$(a\sqrt{30} - ka)(b\sqrt{30} - nb) = lmab,$$

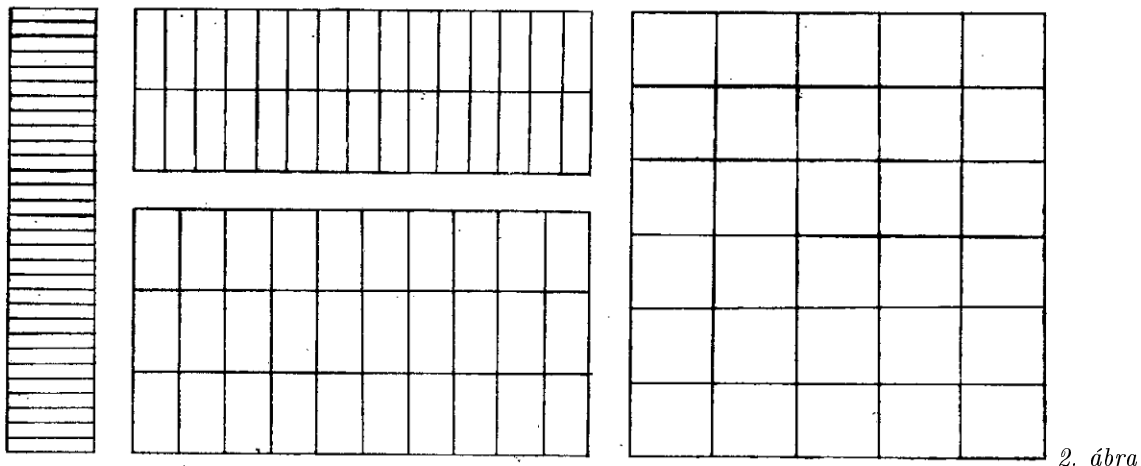
amit $ab \neq 0$ -val végigosztva és rendezve azt kapjuk, hogy

$$(3) \quad \sqrt{30}(k + n) = 30 + kn - lm.$$

Mivel $\sqrt{30}$ irracionális szám, és $k + n$, valamint $30 + kn - lm$ egészek, azért (3) csak úgy állhat fenn, ha (3) mindkét oldala nulla, azaz $k = n = 0$, és $l \cdot m = 30$. Ezek szerint m (és l) lehetséges értékei 30 (pozitív) osztói, és (2) szerint $a/b = \sqrt{30}/m$. Így a/b csak a következő arányok valamelyike lehet:

$$(4) \quad \sqrt{30} : 1, \sqrt{30} : 2, \sqrt{30} : 3, \sqrt{30} : 5, \sqrt{30} : 6, \sqrt{30} : 10, \sqrt{30} : 15, \sqrt{30} : 30.$$

Ezek az arányok tehát azok, melyekre a dőlt betűs feltétel teljesül. De ilyen oldalarányú téglalapokból kirakható hozzájuk hasonló, ahogyan azt a 2. ábra mutatja. Így tehát a téglalapok oldalainak aránya a (4) alatti nyolc érték valamelyike lehet.



Kurusa Árpád (Szeged, Ságvári E. Gyak. Gimn., IV. o. t.)

Megjegyzés. A dolgozatok elbírálása az alábbi szempontok szerint történt. *Helyes:* a kifogástalan dolgozat. *Hányos* akiknek a megoldása arra épül, hogy a kirakott téglalapok csak azonos helyzetűek lehetnek, de a bizonyítás hiányos.

1 pontot azok kaptak, akik más lehetőséget nem is vizsgáltak, mint azt, hogy a kirakott téglalapok azonos állásúak. *Hibás* azoknak a dolgozata, akik egy megfelelő arányt sem találtak, vagy akik elvi vagy számolási hiba miatt hamis eredményt kaptak.