Nézzük meg, mit tudhatunk meg a feltétel alapján f-ről. Legyen $a=a_0$ tetszőleges, $a_1=f(a_0)$, $a_2=f(a_1)=a_0^2-2$, $a_3=f(a_2)=a_1^2-2$ stb.

Ha $a_4=a_0$, akkor természetesen $a_1=a_5$, $a_2=a_6$, $a_3=a_7$, és így a_0, a_1, a_2 és a_3 (nem feltétlenül különböző) gyökei az $(x^2-2)^2-2=x$ egyenletnek. Ezt nullára rendezzük, majd szorzattá alakítjuk:

$0=x^4-4x^2-x+2=(x^2-x-2)(x^2+x-1)$, ahonnan a gyökök $\alpha=\dfrac{\sqrt5-1}{2}$, $\beta=\dfrac{-\sqrt5-1}{2}$, $\gamma=-1$, $\delta=2$, továbbá $\alpha^2-2=\beta$, $\beta^2-2=\alpha$, $\gamma^2-2=\gamma$ és $\delta^2-2=\delta$.

A fenti meggondolásaink szerint $f(\alpha)$ értéke csak α, β, γ és δ lehet. Nézzük mind a négy esetet külön-külön.

I. $f(\alpha)=\alpha$. Ekkor $f(\alpha)=f\big(f(\alpha)\big)=\alpha^2-2=\beta\neq\alpha$, ami lehetetlen.

II. $f(\alpha)=\beta$. Ekkor $f(\beta)=f\big(f(\alpha)\big)=\alpha^2-2=\beta$, és így
$f(\beta)=f\big(f(\beta)\big)=\beta^2-2=\alpha\neq\beta$

III. $f(\alpha)=\gamma$. Ekkor $f(\gamma)=f\big(f(\alpha)\big)=\alpha^2-2=\beta$,
$f(\beta)=f\big(f(\gamma)\big)=\gamma^2-2=\gamma$ és így
$f(\gamma)=f\big(f(\beta)\big)=\beta^2-2=\alpha\neq\beta$.

IV. Hasonlóan kapunk ellentmondást az $f(\alpha)=\delta$ esetben is. Mivel $f(\alpha)$ értékére több lehetőségünk nincs, az f függvényt az α helyen nem tudjuk értelmezni, a keresett függvény tehát nem létezik.

Szegedy Patrik (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., IV. o. t.)