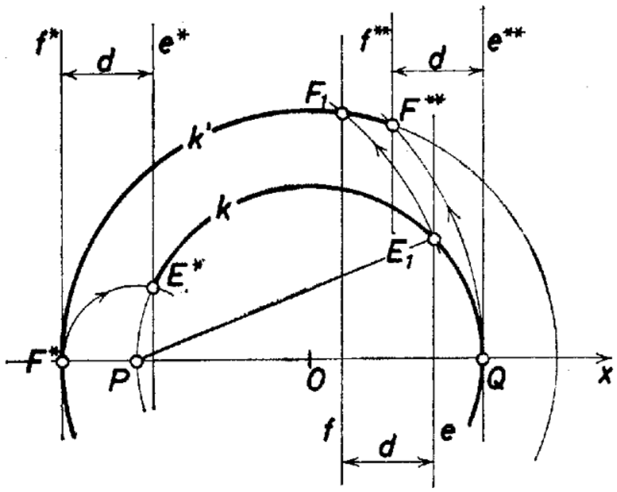
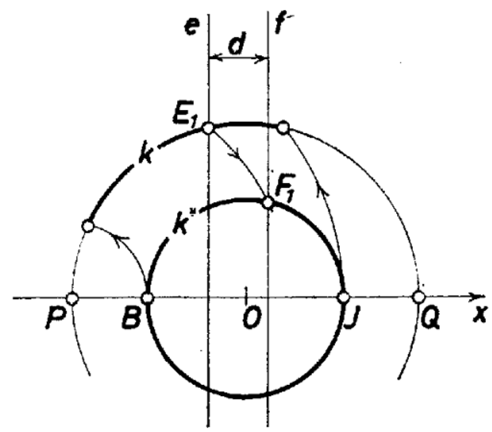
Helyezzük alakzatunkat úgy a koordináta-rendszerbe, hogy k középpontja az origóban legyen, sugara a hosszegység, és legyen $P(-1;\,0)$, ekkor k egyenlete $x^2+y^2=1$. Legyen továbbá az e egyenes egyenlete $x=e$, a vizsgálandó helyzetekben $-1\le e\le 1$, így f egyenlete $x=e\mp d$ aszerint, hogy balra, illetve jobbra van e-től.





E_1 koordinátái $\left(e,\sqrt{1-e^2}\right)$, ugyanis a szimmetria alapján elég vennünk azt, amelyiknek az ordinátája nem negatív. Hasonlóan F_1 és F_2 tükrös pontpár az x-tengelyre, így az x-tengely a keresett mértani helynek is szimmetriatengelye lesz. A P közepű, E_1-en átmenő kör sugarára:

$$PE_1^2=(e+1)^2+(1-e^2)=2+2e,$$

így e kör egyenlete: $(x+1)^2+y^2=2+2e(\ge 0.)$

Innen a két F pont $\pm y$ ordinátájának négyzetét $x=e\mp d$ helyettesítéssel kapjuk:

$$y^2=2+2e-(e\mp d+1)^2=-(e\mp d)^2+1\pm 2d,$$

vagyis F_1 és F_2 koordinátáinak négyzetösszege nem függ e helyzetétől, csak e és f távolságától – ami viszont állandó –, éspedig

$$x^2+y^2=1\pm 2d.$$

Eszerint az F pontok egy-egy, a k-val koncentrikus k', illetve k" körön vannak, melynek sugara $\sqrt{1+2d}$ (>1), ekkor f balról követi e-t, illetve $\sqrt{1}-2d$ (<1) hacsak $d<1/2$. A $d=1/2$ esetben F egyetlen lehetséges helyzete O, $d>1/2$ mellett pedig e-től jobbra fekvő f esetében egyáltalán nincs $F_{1,\,2}$ pont.

Meg kell vizsgálnunk, hozzátartozik-e a mértani helyhez k'-nek, illetve k"-nek minden pontja. k' az x tengely mentén mindkét irányban túlnyúlik k-n, ezért csak egy része felelhet meg. e-nek jobb szélső (E_1-et adó) helyzetében $e=1$, így k'-ből csak az $x\le 1-d$ ívről lehet szó. Minden ezen az íven fekvő pontja hozzá is tartozik a mértani helyhez, mert k'-nek még a bal szélső F^* pontjához is visszakereshető k-n az őt előállító E^* pont, ugyanis

$$F^*P=\sqrt{1+2d}-1<\sqrt{1+2d+d^2}-1=d.$$

(Hozzátehetjük: viszont k-nak nem minden pontja hoz létre F-et az E_1 szerepben, csak amelyekre $PQ\ge PE_1\ge PF^*$, és egyáltalán nincs k', ha $d>4$.)

Ha pedig f jobbra van e-től, akkor k" a k belsejében van ($d<1/2$ mellett), és minden pontja hozzátartozik a mértani helyhez. (Másrészt k-nak most sem minden pontja származtat F-et; jelöljük ugyanis k" bal és jobb szélső pontját B-vel, J-vel, így azok és csak azok a pontok adnak F-et, amelyekre $PB\le PE_1\le PJ$.)