

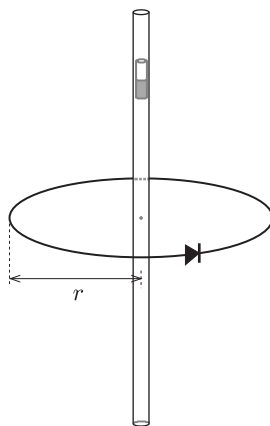


Kunfalvi Rezső Olimpiai Válogatóverseny ¹

1. forduló, elméleti rész²
Budapest, 2014. április 14.

1. feladat. Ez a feladat három független, kisebb részből áll. (50 p + 50 p + 50 p)

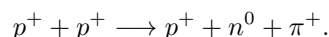
1.A. $T_1 = 100$ K hőmérsékletű környezetben egy levegővel telt, zárt tartály helyezkedik el. A tartályban lévő levegőt egy ideális Carnot-gépnek tekinthető hűtőgéppel szeretnénk minél alacsonyabb hőmérsékletűre hűteni. Maximális hűtési fokozaton (amikor a hűtőgép az általa felvehető legnagyobb elektromos teljesítményt veszi fel) a tartályban $T_2 = 50$ K hőmérsékletet sikerül elérni. Mekkora T'_2 értékű lenne a tartályban elérhető legalacsonyabb hőmérséklet, ha a környezet hőmérséklete $T'_1 = 200$ K lenne? (A hűtőgép ebben az esetben is maximális fokozaton működik, a hősugárzás elhanyagolható.)



1.B. R ellenállású drótból és egy ideálisnak tekinthető diódából r sugarú zárt karikát készítünk. A karikát vízszintes síkban tartjuk, a középpontján pedig egy függőleges tengelyű, hosszú üvegcsővet vezetünk át az *ábra* szerint. Mekkora töltés halad át a diódán, ha az üvegcsőbe m dipólnyomatékú, kicsiny mágnesrudat ejtünk?

(A vezető karika önindukciója elhanyagolható. Az ideális dióda az áramot az egyik irányban ellenállás nélkül átengedi, míg a másik irányban szakadásként működik.)

1.C. Kísérletekben általában úgy állítanak elő pionokat (π^+), hogy nagy hidrogéntartalmú anyagra nagyenergiás protonnyalábot irányítanak, melynek következtében az állónak tekinthető hidrogénmagok és a beérkező gyors protonok között a következő reakció megy végbe:



Legalább mekkora *kinetikus* energiával kell rendelkeznie a beeső protonoknak, hogy a fenti reakció végbemenjen? A választ adjuk meg paraméteresen is a proton m_p tömegével, a neutron m_n tömegével, a pion m_π tömegével, valamint a c vákuumbeli fénysebesség felhasználásával!

A fizikai állandók ismeretében határozzuk meg a minimális kinetikus energiát MeV egységekben!

2. feladat. A Föld és a Hold mozgásának szinkronizálódása. (150 p)

Közismert tény, hogy a Hold mindig ugyanazt az oldalát mutatja a Föld felé. Ez az érdekesség nem véletlen egybeesés, hanem a Föld által a Holdra ható árapályerők közvetlen következménye: az árapályerők ugyanis az idők folyamán folyamatosan fékezték a Hold tengelykörüli forgását egészen addig, amíg annak periódusideje egyenlővé vált a Föld körüli keringésének periódusidejével.

¹Kunfalvi Rezső (1905–1998) a Nemzetközi Fizikai Diákolimpiák egyik alapítója és sok éven keresztül a magyar csapat felkészítője, vezetője volt. 1959-től 1975-ig ő szerkesztette a KöMaL (korábban KML) fizika „rovatát”. Emlékét az olimpiai válogatóverseny is őrzi.

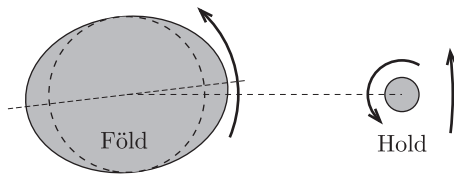
²Az elméleti forduló időtartama 5 óra volt. A feladatok hibátlan megoldásával összesen 450 pontot lehetett szerezni. Az összes feladathoz egyetlen, közös adattáblázat tartozik, (lásd a feladatsor végét), ami a feladatokban szereplő konstansokat, fizikai állandókat tartalmazza.

A feladatok megoldásához író- és rajzeszközökön, valamint kétsoros (nem grafikus) számológépen kívül semmilyen segédeszköz (könyv, füzet, internet, számítógép, mobiltelefon stb.) nem volt használható.

A verseny igyekezett követni a Nemzetközi Fizikai Diákolimpia elméleti versenyeinek stílusát, nehézségi fokát, és azok formai követelményeihez igazodott.

A feladatokat Vigh Máté (ELTE), a magyar csapat egyik felkészítője állította össze.

A feladatok rövid megoldását a szeptemberi számunkban közöljük.



Teljesen hasonló fékezési mechanizmus miatt a Föld tengelykörüli forgása is lassul, melynek magyarázata a következő. A Hold nagyobb gravitációs vonzóerőt fejt ki a Föld azon pontjaira, amelyek a Holdhoz közelebb helyezkednek el, mint azokra a pontokra, amelyek a Holdtól távolabb vannak. Ennek következtében a Föld (nagyon kicsiny mértékben) „megnyúlik”, forgási ellipszoiddá alakul (lásd az *ábrát*). Az ellipszoid nagytengelye azonban a Föld közeteinek belső sűrűlódása és a Föld tengelykörüli forgása következtében nem a Hold aktuális irányába mutat, hanem ahhoz képest folyamatosan „siet”. Az így keletkezett dudorokra a Hold gravitációs tere forgatónyomatékokat gyakorol, ami lassítja a Föld forgását.

Figyelem! A következő feladatok során a Föld Nap körüli mozgásától tekintsünk el! Mindvégig használjuk azt a közelítést, hogy a földi Egyenlítő, a Hold egyenlítője és a Hold pályasíkja egy síkban van! A Föld tömegeloszlása nem egyenletes, tömegközéppontra vonatkoztatott tehetetlenségi nyomatékát az adattáblázat tartalmazza. A Holdat tekinthetjük homogén tömegeloszlású gömbnek, a holdpályát pedig kör alakúnak.

2.1. A Föld–Hold rendszer perdülete négy tag összegeként számolható. Ezek rendre a Földnek a tengelye körüli forgásából származó $N_{\text{saját}}^{\text{Föld}}$ sajátperdülete, a Föld közös tömegközéppont körüli keringésből származó $N_{\text{pálya}}^{\text{Föld}}$ pályaperdülete, a Hold $N_{\text{saját}}^{\text{Hold}}$ sajátperdülete, illetve a Hold $N_{\text{pálya}}^{\text{Hold}}$ pályaperdülete. Határozzuk meg a négy tag számszerű értékét! (20 p)

2.2. A Föld–Hold rendszer pálya- és sajátperdületéből csak a két legdominánsabb tagot megtartva határozzuk meg, hogyan aránylik egymáshoz a Föld és a Hold mozgási energiájának $\Delta E_{\text{kin}}/\Delta t$ csökkenési üteme! A választ adjuk meg paraméteresen (a Hold keringésének Ω szögsebességével és a Föld tengelykörüli forgásának ω szögsebességével kifejezve), és számszerűen is! (50 p)

Útmutatás: A Föld–Hold távolság olyan lassan változik, hogy a mozgás során a Hold pályája mindvégig körnek tekinthető.

2.3. Az Apolló-program keretében többek között lézertükröt is juttattak a Holdra. Az ezzel végzett igen pontos mérések szerint a Hold évente 3,8 cm-t távolodik a Földtől. A mért adat alapján becsüljük meg, mennyit változik a Föld mozgási energiája és a Hold mozgási energiája évente! (30 p)

2.4. A számítások szerint az árapályerők fékezési hatása következtében hosszú idő elteltével a Föld is mindig ugyanazt az oldalát fogja a Hold felé mutatni, a két égitest forgása és egymás körüli keringése szinkronizálódik. Hányszorosára fog növekedni addigra a földi nap hossza? (30 p)

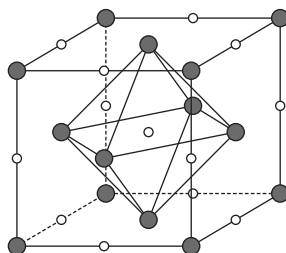
2.5. A teljes szinkronizáció befejeződésekor mekkora lesz a Föld és a Hold közötti távolság? (20 p)

Megjegyzés. A Naprendszerben több példát is találhatunk olyan égitest-párookra, melyeknél a teljes szinkronizáció már bekezdett. Az egyik legismertebb a Plútó törpebolygó és egyetlen holdja, a Charon.

3. feladat. Müion spin rotáció (μSR) (150 p)

A müionok töltött elemi részecskék, amelyek elsősorban a kozmikus sugárzás hatására keletkeznek a légkör felsőbb rétegeiben. A tömegük 206-szor nagyobb az elektron tömegénél, töltésük szempontjából pedig kétfélek lehetnek: létezik pozitív müion (μ^+) és negatív müion (μ^-), melyek egymás antirészecskéi, töltésük nagysága pedig az elemi töltés. A kísérleti szilárdtestfizikában a pozitív müionoknak jóval nagyobb jelentőségük van, mint antirészecskéiknek.

Ebben a feladatban a müion spin rotációnak (röviden μSR) nevezett kísérleti módszerrel ismerkedünk meg, amelynek segítségével a kristályos anyagok belsejében jelenlévő mágneses teret lehet megmérni a μ^+ -részecskék segítségével. Ha egy kristályos szerkezetű, szilárd anyagba μ^+ -részecskét juttatunk, akkor a müion (a kristályt alkotó, pozitív töltésű rácsonok hatására) a rácspontok közötti, ún. intersticiális (rácsközi) helyekre kényszerül (lásd az *1. ábrát*). Ezen a helyen a müion mágneses momentuma kölcsönhatásba lép a rácsközi helyen jelenlévő, a környező rácsonok által keltett mágneses térrel, így a müion mikroszkopikus magnetométerként használható. A kristályban jelenlévő hosszú távú rend miatt a rácsközi helyek egyenértékűek, ezért a mágneses tér nagysága és iránya minden intersticiális helyen azonos.



1. ábra. A nikkelt kristály elemi cellája. A szürke körök jelzik a Ni-atomokat, az üres körök pedig az intersticiális (rácsközi) helyeket, ahova a müionok beülhetnek.

3.1. Tekintsünk egy klasszikus, homogén tömegeloszlású, egyenletesen töltött, tömör szigetelő golyót, melynek tömege M , töltése pedig Q ! Ha a golyót a tömegközéppontja körül forgásba hozzuk, a golyó \mathbf{m} mágneses momentumra tesz szert, melynek nagysága arányos a golyó \mathbf{S} sajátperdületével:

$$\mathbf{m} = \gamma \mathbf{S}.$$

Adjuk meg a γ tényező értékét Q és M segítségével! (20 p)

3.2. A forgó, töltött golyót homogén, $\mathbf{B} = (0, 0, B_0)$ indukciójú mágneses térbe helyezük úgy, hogy kezdetben mágneses momentuma

$$\mathbf{m}(0) = m_0(\sin \varphi, 0, \cos \varphi)$$

legyen, ahol φ a mágneses tér iránya és a mágneses momentum iránya által bezárt szög. Határozzuk meg a golyó mágneses momentumát a mágneses térbe helyezést követően t idő múlva, azaz az

$$\mathbf{m}(t) = (m_x(t), m_y(t), m_z(t))$$

mennyiséget! A választ γ , B_0 , m_0 és φ felhasználásával adjuk meg! (30 p)

Útmutatás: Homogén, \mathbf{B} indukciójú mágneses térbe helyezett \mathbf{m} mágneses momentumra $\mathbf{m} \times \mathbf{B}$ forgatónyomaték hat.

3.3. A μ^+ -részecske mágneses térbeli viselkedése úgy írható le, mintha egy klasszikus, töltött, forgó golyó lenne \mathbf{S} sajátperdülettel és \mathbf{m} mágneses momentummal. A müion mágneses momentuma is arányos a sajátperdületével (spinjével): $\mathbf{m} = \gamma_\mu \mathbf{S}$, az arányossági tényező azonban $\gamma_\mu = 8,48 \cdot 10^8$ Hz/T, a müion ún. giromágneses faktora. (A müion esetében γ_μ nem számolható olyan egyszerűen, mint a **3.1.** alfeladatban.)

Határozzuk meg a müion mágneses momentumának kezdeti ($t = 0$) iránya és a mágneses momentum t . időpillanatbeli iránya által bezárt $\alpha(t)$ szöget! A lokális mágneses tér az intersticiális helyen $\mathbf{B} = (0, 0, B_0)$, a müion kezdeti mágneses momentuma pedig $\mathbf{m}(t = 0) = m_0(\sin \varphi, 0, \cos \varphi)$. A választ γ_μ , B_0 , m_0 és φ segítségével adjuk meg! (20 p)

3.4. Az intersticiális helyen lévő müion a kristályba juttatása után előbb-utóbb pozitronra (e^+), elektron-neutrínóra (ν_e) és müion-antineutrínóra ($\bar{\nu}_\mu$) bomlik:

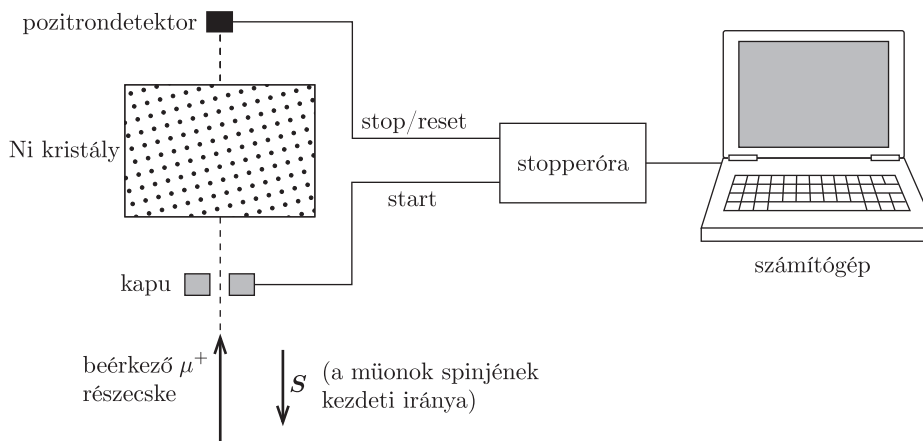
$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu.$$

A pozitron kibocsátási irányának valószínűségeloszlása nem gömbszimmetrikus: legnagyobb eséllyel a müion pillanatnyi spinjével megegyező irányban repül ki a pozitron, míg a legkisebb valószínűsége a spin irányával ellentétes irányban történő kibocsátásnak van. Annak valószínűsége, hogy a pozitron kibocsátási iránya a müion spinjével ϑ szöget bezáró irányban elhelyezkedő kicsiny $\delta\Omega$ térszögbe essen

$$P(\vartheta, \delta\Omega) = w \left(1 + \frac{1}{3} \cos \vartheta \right) \delta\Omega,$$

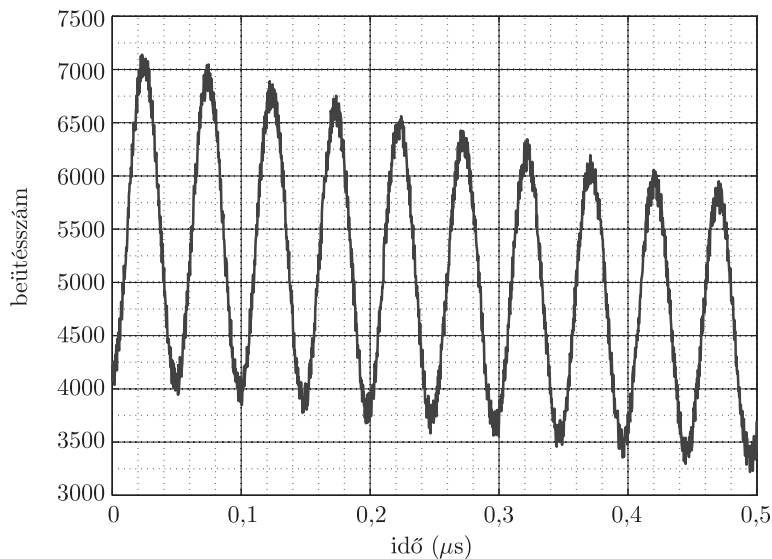
ahol w egy dimenziótlan paraméter. Határozzuk meg w értékét! (20 p)

3.5. A 2. ábrán egy valódi μ SR-kísérlet vázlatos rajza látható. Amikor a rögzített irányból beérkező müion áthalad a kapun, a stopperóra elindul, a müion pedig beépül a kristályrács egy intersticiális helyére. Egy idő után a beépült müion elbomlik, a keletkező pozitron pedig kicsiny (de nem zérus) eséllyel eltalálja az ábrán látható detektort. Ekkor a stopperóra megáll és lenullázódik, a mért időtartam eltárolódik a számítógépen, és egy újabb müiont lőnek be a kristályba. (Azokat az eseményeket, amelyekben a müion mégsem épül be a kristályrácsba, vagy a keletkező pozitron nem találja el a detektort, egy –az ábrán nem jelölt– speciális áramkör segítségével automatikusan kiszűrjük.)



2. ábra

A beérkező müionok (az előállítási módjukból adódóan) tökéletesen polarizáltak, azaz spinjük minden esetben ellentétes irányú a belövés irányával. Ez azt jelenti, hogy a kristályrácsba történő beépülés (vagyis a stopper indulásának) pillanatában a müionok spinje mindig ugyanolyan irányú.



3. ábra

Több millió müon belövése után a számítógép összegyűjti a beérkezett időtartamokat, és hisztogramot készít belőlük (3. ábra). A hisztogram úgy készül, hogy a $t = 0$ és a leghosszabb mért időtartam közötti időablakot kicsiny, egyenlő (mondjuk 1 ns) hosszúságú intervallumokra osztjuk, majd megszámláljuk, hogy hány darab müon bomlott el a betáplálást követően az adott (például a 100 ns és 101 ns közötti) időintervallumban. A hisztogram tehát a kísérleti berendezés által mért elbomlási időtartamok előfordulási gyakoriságát mutatja.

A 3. ábrán látható hisztogram segítségével határozzuk meg a nikkelt kristály intersticiális helyein észlelhető B_0 lokális mágneses indukció nagyságát tesla egységekben! (20 p)

3.6. A 3. ábra segítségével határozzuk meg a müonok T_μ felezési idejét! (20 p)

3.7. A mérési adatok alapján adjunk becslést a lokális mágneses tér iránya és a beérkező müonok spinjének iránya közötti φ szög nagyságára! Lehet-e ez kétféle érték? (20 p)

Fizikai állandók táblázata

vákuumbeli fénysebesség:	$c = 2,998 \cdot 10^8$ m/s;
a vákuum permeabilitása:	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Vs/Am;
gravitációs állandó:	$\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11}$ m ³ /(kg s ²);
proton tömege:	$m_p = 938,3$ MeV/ c^2 ;
neutron tömege:	$m_n = 939,6$ MeV/ c^2 ;
pion tömege:	$m_\pi = 139,6$ MeV/ c^2 ;
Föld átlagos sugara:	$R_{\text{Föld}} = 6,371 \cdot 10^6$ m;
Föld tömege:	$m_{\text{Föld}} = 5,972 \cdot 10^{24}$ kg;
Föld tehetlenségi nyomatéka:	$\Theta_{\text{Föld}} = 8,04 \cdot 10^{37}$ kgm ² ;
Hold sugara:	$R_{\text{Hold}} = 1,737 \cdot 10^6$ m;
Hold tömege:	$m_{\text{Hold}} = 7,348 \cdot 10^{22}$ kg;
átlagos Föld–Hold távolság:	$L = 3,844 \cdot 10^8$ m;
a Hold keringési ideje:	$T_{\text{Hold}} = 27,32$ nap;
a müon giromágneses faktora:	$\gamma_\mu = 8,48 \cdot 10^8$ Hz/T.