1. Mutatunk egy eljárást, ami a kártyákat 50 dobozba teszi.

Minden kártyáról töröljünk le egy jegyet úgy, hogy a megmaradt 2 számjegy összege páros legyen (a törlés egyébként tetszőleges), majd tegyük a kártyát abba a dobozba, amelynek száma az így kapott kétjegyű szám. Ezt a törlést minden kártya esetén megtehetjük, ugyanis

– ha a 3 számjegy összege páros, akkor van köztük páros jegy, ezt letörölve a maradék két számjegy összege páros lesz;

– ha a 3 számjegy összege páratlan, akkor van a jegyek közt páratlan, ha ezt letöröljük, a maradék számjegyek összege páros lesz.

Mivel a 00, 01, $\dots$, 99 számoknak pont a felében páros a számjegyek összege (ui. egy egyértelmű megfeleltetés létesíthető a páros és páratlan számjegyösszegű számok közt így: $(a,\ b) \leftrightarrow (9-a,\ b)$, ahol $(a,\ b)$ egy olyan szám, melynek első jegye a, második b), valóban 50 dobozba raktuk a kártyákat.

2. Bebizonyítjuk, hogy kevesebb doboz nem elég.

Tegyük fel, hogy a kártyákat a feltételnek megfelelően betettük a dobozokba. Osszuk a 100 db dobozt 10 db 10-es csoportba úgy, hogy minden csoportban az első számjegyek azonosak legyenek (így tehát pl. A 00, 01, 02, $\dots$, 09 egy csoportot alkot). Tekintsük azt az $a0$, $a1$, $a2$, $\dots$, $a9$ csoportot, amelyben a legtöbb: k db üres doboz van. Legyenek az üres dobozok számai aa_1, aa_2, $\dots$, aa_k. Figyeljük meg, hogy ekkor az összes aa_ia_j $(i, j = 1,\ 2,\ \dots,\ k$ és i, j lehet egyenlő is) számú kártya – mivel az aa_i, aa_j dobozok üresek – csak az a_ia_j dobozba tehető, azaz az összes a_ia_j doboz nem üres. Ilyen a_ia_j feliratú dobozból nyilván k^2 db van.

Tekintsük azokat a csoportokat, amelyekben a felirat első jegye nem $a_i (i = 1,\ 2,\ \dots,\ k)$, ilyen csoport $(10-k)$ db van. Ezekben a csoportokban – mint minden csoportban – legalább $(10-k)$ db nem üres doboz van, hiszen k megválasztása miatt k-nál több üres doboz nem lehet egy csoportban sem. Tehát ezekben a csoportokban összesen legalább $(10-k)^2$ db nem üres doboz van.

Az előbb talált k^2 és a most talált $(10-k)^2$ nem üres doboz közt nincs átfedés, hiszen első jegyeik biztosan különböznek. Ezzel beláttuk, hogy összesen legalább $k^2 + (10-k)^2$ nem üres doboz van. Ez nem lehet kisebb 50-nél, hiszen

$$k^2 + (10-k)^2 = 2(k-5)^2 + 50.$$

Szegedy Patrik (Budapest, Fazekas M. Gyak. Gimn., IV. o. t.)