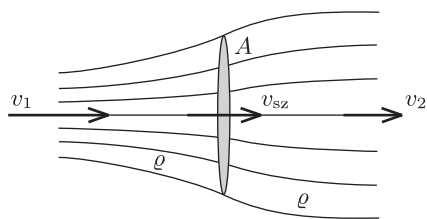


Szélérőművek hatásfoka

A szélérőművek (szélkerekek, szélturbinák) a gyorsan áramló levegő mozgási energiáját, pontosabban annak *bi-zonyos hányadát* mechanikai munkavégzéssé, majd azt elektromos energiává alakítják át. Vajon mekkora lehet ez a hányad, vagyis mekkora lehet a szélkerekek *hatásfoka*?

Azt gondolhatnánk, hogy ha a szélkerék majdnem teljesen megállítja a levegő mozgását, vagyis majdnem nulla-ra csökkenti annak mozgási energiáját, akkor a hatásfok akár 100%-ot megközelítő érték is lehet. Az alábbiakban megmutatjuk, hogy nem ez a helyzet: a szélkerekek hatásfoka legfeljebb $\frac{16}{27} \approx 0,593 = 59,3\%$ lehet. Ez a korlát (az ún. Betz-limit¹) független a szélkerék méretétől, alakjától és technikai kialakításától. A hatásfok elvi határa fizikai alapelvekből következik, és hasonló szerepet játszik a szélérőműveknél, mint a *Carnot-hatásfok* a hőerőgépeknél.

Vizsgáljuk meg a levegő áramlását abban a térrészben (ún. áramcsőben), amelyet a szélkerék A nagyságú keresztmetszeten áthaladó áramvonalak jelölnek ki (1. ábra). Tétélezzük fel, hogy az áramlás időben állandó (stacionárius), réteges (lamináris), továbbá az áramcső vízszintes (tehát a gravitáció nem játszik lényeges szerepet), és az áramló levegő sűrűsége (ρ) mindenhol (jó közelítéssel) ugyanakkora.



1. ábra

Jelöljük a levegő sebességét az áramcső két „végénél” (vagyis a szélkeréktől távol) v_1 -gyel és v_2 -vel, a szélkeréknél érvényes áramlási sebesség pedig legyen v_{sz} . Nyilván $v_1 > v_{sz} > v_2$, így – az anyagmegmaradás miatt – az áramcső keresztmetszete a belépő oldalon *kisebb*, a kilépő oldalon pedig *nagyobb* kell legyen, mint a szélkerék által lefedett terület, ahogy ezt az ábra is mutatja.

Számítsuk ki, mekkora energiát nyerhet a szélkerék egységnyi idő alatt a levegő mozgási energiájából, vagyis hogy mekkora a felvett teljesítménye. Ezt kétféle módon is meghatározhatjuk.

(i) A Δt idő alatt felvett energia a Δm tömegű levegő mozgási energiájának csökkenésével egyenlő:

$$\Delta E = \frac{\Delta m}{2}(v_1^2 - v_2^2),$$

ahol Δm az áramcső bármely keresztmetszeten, így pl. a szélkeréknél átáramló levegő tömege, tehát

$$\Delta m = \rho A v_{sz} \Delta t,$$

s így

$$(1) \quad 1\Delta E = \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2)v_{sz}A\Delta t.$$

(ii) A felvett energiát úgy is kiszámíthatjuk, hogy a levegő időegységre eső lendület változását (vagyis a lapátokra ható F erőt) megszorozzuk a levegő Δx elmozdulásával a lapátoknál (mintha a szél egy merev korongot volna egy kicsit odébb):

$$F = \frac{\Delta m(v_1 - v_2)}{\Delta t}, \quad \Delta x = v_{sz}\Delta t,$$

tehát

$$(2) \quad \Delta E = F \cdot \Delta x = \rho A v_{sz}^2 (v_1 - v_2) \Delta t.$$

Az (1) és (2) képletek összevetéséből azt az érdekes eredményt kapjuk, hogy a szél sebessége a szélkeréknél a be- és kiáramló levegő sebességének számtani közepe:

$$(3) \quad v_{sz} = \frac{v_1 + v_2}{2}.$$

A szélkerék által felvett teljesítmény (1) és (3) felhasználásával

$$P_{sz} = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{1}{4}\rho A (v_1 + v_2)(v_1^2 - v_2^2).$$

¹ A hatásfok felső korlátját *Albert Betz* (1885–1968) német fizikus ismerte fel 1919-ben; ekkor védte meg „a legkisebb veszteségű hajó-csavarokról” írt PhD-disszertációját Göttingenben.

Viszonyítsuk ezt a teljesítményt a

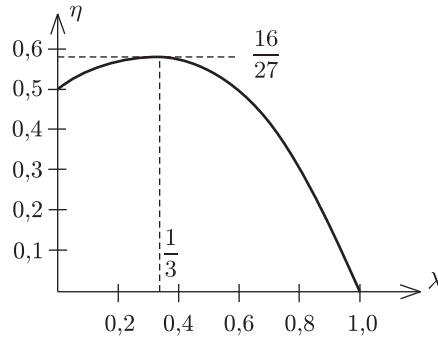
$$P_{be} = \frac{1}{2} A \rho v_1^3$$

teljesítményhez (időegységenként ekkora mozgási energiával rendelkezne a v_1 sebességgel érkező levegő, ha a szélkerék A keresztmetszetén sebességváltozás nélkül haladna keresztül).

A hatásfok:

$$\eta = \frac{P_{sz}}{P_{be}} = \frac{1}{2}(1 + \lambda)(1 - \lambda^2),$$

$$\text{ahol } \lambda = \frac{v_2}{v_1}.$$



2. ábra

A relatív sebességcsökkenés (λ) függvényében η különböző értékeket vehet fel, de mindenképpen kisebb, mint a szélsőérték, ami a $\lambda_0 = \frac{1}{3}$ -hoz tartozó $\frac{16}{27}$ -es Betz-féle korlát (2. ábra)²

Mi a szemléletes magyarázata annak, hogy a legnagyobb hatásfok nem $\lambda = 0$ -hoz (a levegő teljes leállításához) tartozik, amikor $\eta = 50\%$ lenne? Az, hogy a hatásfokot két tényező határozza meg: mekkora tömegű levegő halad át a szélkeréken, s ennek a levegőnek mennyivel csökken le a sebessége, vele együtt a mozgási energiája. Ha $v_2 = 0$ lenne, akkor a sebességcsökkenés a lehető legnagyobb, de a levegő mennyisége (3) alapján csak a fele a teljes keresztmetszeten elvben átjuttatható mennyiségnek. Ha viszont $v_2 = \frac{1}{3}v_1$, akkor ugyan a mozgási energiának csak $\frac{8}{9}$ része adódik át, viszont a tömeg a kerékhez érkező teljes légtömegnek nem $1/2$ -e, hanem $2/3$ -a, azaz kb. 67 százaléka, és $\frac{8}{9} \cdot 67\% \approx 59\% > 50\%$.

A Betz-korlát a hatásfok felső határa, amelyet (a levegő és a szélkerék súrlódása, a levegő belső súrlódása, valamint a radiális, vagyis a szélkerék sugarának irányába eső mozgás energia-járulékának figyelembe vétele miatt) a gyakorlatban még egy kicsit csökkentenünk kell.

(G. P.)

² A szélsőérték helyét és nagyságát az $\eta(\lambda)$ függvény grafikus vagy numerikus elemzésével, illetve differenciálszámítás segítségével lehet meghatározni.