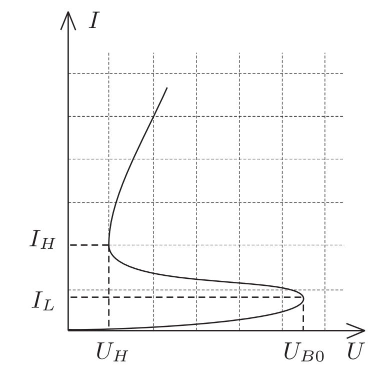
Román-magyar előolimpiai fizikaverseny*

Bukarest–Budapest, 2012. május 16.

2pt minus2pt

1. feladat. Elektromosságtani feladatcsokor. (Ez a feladat három, egymástól független részből állt.)

1/A) *Tirisztor.* A tirisztor egy félvezetőből készült, sokoldalúan használható áramköri elem, amelynek három kivezetése van. A gate (kapu) nevű kimenetére kapcsolt feszültséggel szabályozható a tirisztor viselkedése. Azonban, ha a gate-re nem kapcsolunk feszültséget és csak a másik két kivezetést használjuk, a tirisztor akkor is érdekesen viselkedik: különös áram-feszültség karakterisztikája van (lásd az *1. ábrát*).



1. ábra

A tirisztort egy R ellenállással sorba kötve feszültségforrásra kapcsoljuk a *2. ábrán* látható módon, és az U_0 feszültséget zérusról lassan $U_{\max}$-ig növeljük, majd– szintén lassan – lecsökkentjük 0-ra.

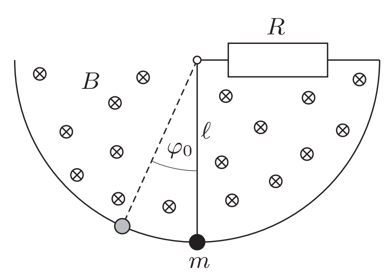
Ábrázoljuk az áramerősséget az U_0 feszültség függvényében, ha

a) $R = 2\dfrac{U_H}{I_H}$ és $U_{\max} = 7\,U_H$,

b) $R = 20\dfrac{U_H}{I_H}$ és $U_{\max} = 30\,U_H$!

1/B) *Egymást vonzó pálcák.* Vákuumban két hosszú, párhuzamos, vékony, R sugarú henger alakú, egyenes pálca helyezkedik el egymástól d távolságra ($d \gg R$). Az egyik pálca szigetelő, a másik vezető. A szigetelő pálca egyenletesen töltött, egységnyi hosszra eső töltése (azaz lineáris töltéssűrűsége) λ; a vezető pálca töltetlen. Mekkora a pálcák egységnyi hosszára ható elektromos vonzóerő?

1/C) *Mágneses inga.* Egy ℓ hosszúságú súlytalan, vezető rúdból és egy m tömegű kis testből matematikai ingát készítünk. Az ingatest egy súrlódásmentes csúszóérintkezővel függőleges síkú, vezető félkörhöz csatlakozik. A félkör és az inga rúdja (amelyek ellenállása elhanyagolható) egy R ellenállással sorosan kötve zárt elektromos áramkört alkot (*3. ábra*). Az ingát homogén, vízszintes irányú, a lengési síkra merőleges, B indukciójú mágneses térben kicsiny φ_0 szöggel kitérítjük, majd elengedjük. (Az önindukció elhanyagolható.)



3. ábra

a) Adjuk meg az ingatest mozgását leíró differenciálegyenletet!

b) A paraméterek függvényében adjuk meg, hányszor halad át az inga a függőleges helyzeten!

c) Abban az esetben, ha végtelen sokszor halad át az inga a függőleges helyzeten, mennyi idő alatt csökken a mozgás amplitúdója a kezdeti érték felére?

*A versenyt – a korábbi évek gyakorlatától eltérően – két helyszínen egyszerre rendezték meg. A feladatok közzététele, értékelése és az eredményhirdetés online történt; a megoldásra 5 óra állt rendelkezésre.

2. feladat. Felhőbe burkolózó hegygerinc. Ismeretes, hogy a p légköri nyomás és a levegő T hőmérséklete a tengerszinttől mért h magassággal felfelé haladva egyre csökken. Emiatt, ha egy hegycsúcs felé levegő áramlik, és az a hegy oldalán felemelkedik, lehűl. A hőmérsékletcsökkenés következtében a légtömeg túltelítetté válik, a felesleges víz pedig pára formájában válik ki: így keletkezik a magas hegycsúcsok és hegygerincek körül gyakran látható felhő. Ebben a feladatban a felhőképződés egy egyszerű modelljéről lesz szó.

2.*a*) Ha a légkör egy adott h magasságban lévő pontjából kicsiny Δh értékkel magasabbra megyünk, a nyomás Δp értékkel változik. Adjuk meg a $\Delta p/\Delta h$ hányadost a légkör h magasságban mérhető $\varrho(h)$ sűrűségével és a g nehézségi gyorsulással kifejezve!

2.*b*) Ahhoz, hogy a levegő nyomását ki tudjuk számítani a magasság függvényében, ismernünk kell a légkör $T(h)$ hőmérsékleteloszlását. Ennek meghatározásához képzeljük el a következő gondolatkísérletet! Az egyensúlyban lévő levegő egy h magasságban lévő, kis térfogatú darabkája *hirtelen* $h + \Delta h$ magasságba emelkedik. Ha a felemelkedés során a gázdarab T' végső hőmérséklete nagyobb a környező levegő $T(h + \Delta h)$ hőmérsékleténél, akkor a gáztömeg tovább emelkedik felfelé és a légkör instabillá válik.

Határozzuk meg, milyen kritikus $\Delta T/\Delta h$ ütemben változhat a hőmérséklet a magassággal, hogy a légkör stabil egyensúlyban maradjon! (A levegő átlagos moláris tömege M, szabadsági fokainak számát vegyük $f = 5$-nek.)

2.*c*) Határozzuk meg numerikusan is a hőmérséklet $\Delta T/\Delta h$ kritikus változási ütemét (azaz a hőmérsékletgradienst)!

Adatok: $M = 29{,}0\ \dfrac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}$, $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$, az univerzális gázállandó pedig $R = 8{,}314\ \dfrac{\mathrm{J}}{\mathrm{mol \cdot K}}$.

A tapasztalat szerint a légkörben a hőmérsékletgradiens mindig a kritikus értékkel egyenlő, ezért a további számolásokban használjuk ezt az egyszerűsítést! 2.*d*) Az eddigi eredmények alapján határozzuk meg, hogyan függ a levegő p nyomása a hegy lábától mért h magasságtól, ha ismert, hogy a hegy lábánál a nyomás p_0, a hőmérséklet pedig $T_0 = 300$ K. Mekkora magasságban lesz a légnyomás a tengerszinten mérhető nyomás fele? 2.*e*) A levegőben található vízgőz p^* telítési nyomását jó közelítéssel a *Clausius–Clapeyron-egyenlet* írja le, mely szerint

$$p^*(T) = p_\tau \mathrm{e}^{\frac{LM_\mathrm{v}}{R}\left(\frac{1}{\tau}-\frac{1}{T}\right)},$$

ahol τ és p_τ a gőznyomás-hőmérséklet görbe tetszőleges pontjához tartozó adatok, például $\tau = 373$ K, $p_\tau = 101{,}3$ kPa, L a párolgáshő (vízre 2260 kJ/kg), M_v pedig a víz moláris tömege.

Tegyük fel, hogy a hegy lábától induló, $T_0 = 300$ K hőmérsékletű levegő $\varrho_\mathrm{v} = 10\ \mathrm{g/m^3}$ vízgőzt tartalmaz. A szél miatt a hegy oldalán felfutó levegő lehűlése következtében a vízgőz egy bizonyos H magasságban telítetté válik és felhő keletkezik. Írjunk föl egy egyenletet a hegygerincet beborító felhő alsó szélének H magasságára! 2.*f*) Határozzuk meg H értékét 100 méteres pontossággal!

3. feladat. Súrlódó talajon mozgó henger. Egy $2r$ magasságú, tömör egyenes henger alapja r sugarú kör. Egy kemény, de rugalmas anyagú vízszintes asztal egyik fele csúszós, a másik pedig érdes, itt μ a súrlódási együttható. A két részt egyenes vonal választja el egymástól. A hengert véglapjával az asztal csúszós felére helyezzük, majd elindítjuk az elválasztó vonalra merőleges irányban.

Mi történik közvetlenül azután, hogy a henger elérte a választóvonalat, ha
a) $\mu = 0{,}5$;
b) $\mu = 1{,}5$;
c) $\mu = 2{,}5$?
Útmutatás:

- Vizsgáljuk meg, hogy a határvonal elérésekor a henger felborul-e, felborulhat-e!
- Az m tömegű, r sugarú, $2r$ magasságú henger tehetetlenségi nyomatéka vízszintes súlyponti tengelyre vonatkoztatva $7mr^2/12$.