

A Kunfalvi Rezső olimpiai válogatóverseny 1. fordulójának elméleti feladatai¹

Budapest, 2012. április 17–19.

1. feladat. Kém-UFO mozgása a Nap körül.

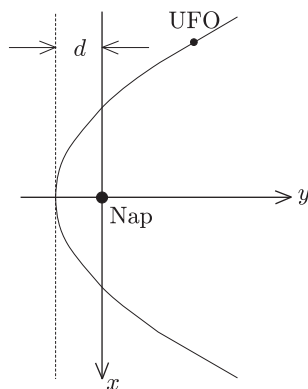
A nemzetközi SETI² együttműködés a földön kívüli élet nyomainak keresésével foglalkozik. Nemrégiben a kutatásban résztvevő csillagászok egy csoportja érdekes repülő objektumra lett figyelmes az égen. A megfigyelésekről készített szupertitkos jelentés egy részlete egy szemfüles újságírónak köszönhetően napvilágra került, amely azonnal meg is jelent a napilapokban, világszerte nagy pánikot keltve:

„... A mérések szerint az azonosítatlan repülő tárgy (UFO) a Föld keringési síkjában közeledik a Naphoz. Az adatok elemzéséből az is kiderült, hogy az UFO pályája éppen olyan parabola, amelyiken szabadon esve (tehát esetleges hajtóműveit nem működtetve) a leghosszabb ideig tartózkodhat a Föld (jó közelítéssel kör alakú) pályáján belül. Ez az érdekes tény okot ad arra a feltételezésre, hogy a repülő tárgy egy földönkívüliek által küldött űreszköz, melynek célja minél több információt gyűjteni a földi életről...”

Ebben a feladatban azt a célt tűzzük ki, hogy a jelentés alapján minél több információt derítsünk ki az esetleges kém-UFO pályájáról. A számítások során feltételezhetjük, hogy a Nap gravitációs hatása mellett minden más hatás elhanyagolható. A Nap–Föld távolságot vegyük állandónak, melynek értéke $R = 1$ Cs.E. (csillagászati egység).

a) Tegyük fel, hogy az UFO mozgása során d távolságra közelíti meg a Napot! Mekkora a parabolapálya görbületi sugara napközelpben d -vel kifejezve?

b) A d paraméter felhasználásával írjuk fel az 1. ábrán látható koordináta-rendszerben az UFO pályájának $y(x)$ egyenletét!



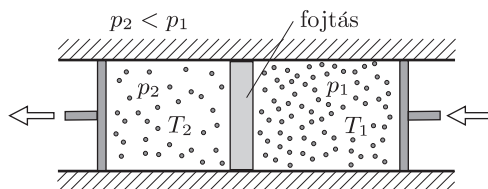
1. ábra

- c) R és d segítségével adjuk meg annak a két pontnak a koordinátáit, ahol az UFO pályája metszi a Föld pályáját!
- d) Mekkora d^* paraméter esetén fog az UFO a jelentésben leírt, speciális parabolapályán haladni?
- e) Az optimális d^* paraméter esetén mennyi időt tölt el az UFO a Föld pályasugarán belül?

2. feladat. Joule–Thomson-kísérlet.

Az alacsony hőmérsékletű fizikai kutatások elengedhetetlen feltétele a megfelelő hatékonyságú hűtési eljárások kidolgozása. A modern hűtési módszerek ma is a XIX. század közepén felfedezett Joule–Thomson effektuson alapulnak.

A következőkben ismertetett Joule–Thomson-jelenség lehetőséget nyújt gázok hatékony hűtésére még alacsony hőmérsékletek esetén is. A kísérleti berendezés a következő: egy mindkét végén dugattyúval ellátott hengeres tartály belsejét egy rögzített, porózus (lyukacsos) fal osztja két részre (2. ábra), a hengert gáz tölti ki. A tartály fala és a dugattyúk anyaga igen jó hőszigetelő.



2. ábra

A kísérlet kezdetén a p_1 nyomású gáz a jobb oldali térrészben helyezkedik el, a bal oldali dugattyú pedig a porózus falnál áll. Ezután a két dugattyút lassan, egyenletesen mozgatni kezdjük a nyílak irányában, ezért a gáz elkezd átfundálni a porózus falon. A fal fojtó hatása következtében a bal oldalon a gáz p_2 nyomása kisebb lesz, mint a jobb

¹ Kunfalvi Rezső (1905–1998) fizikatanár, a KöMaL Fizika Rovatának elindítója, a Nemzetközi Fizikai Diákolimpia egyik kezdeményezője.

² „Search for extraterrestrial intelligence”.

oldali p_1 nyomás, de mindvégig ügyelünk rá, hogy e nyomásértékek ne változzanak. A folyamat addig tart, amíg a gáz teljes egészében át nem kerül a bal oldali térrészbe.

a) Mutassuk meg, hogy a gáz minőségétől függetlenül a folyamat során megmarad az $E + pV$ mennyiség, ahol E az átnyomott gáz belső energiája, p a nyomása, V pedig a térfogata!

b) Ha ideális gázzal végeznénk el a Joule–Thomson-kísérletet, hogyan változna a gáz hőmérséklete az átnyomás során?

A Joule–Thomson kísérletben a valódi (reális) gázok az ideálistól eltérően viselkednek. A reális gázokat jó közelítéssel leíró *Van der Waals-állapotegyenlet* és a gáz E belső energiáját megadó formula 1 mólnyi gázmennyiségre a következő:

$$(1) \quad \left(p + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT, \quad E = C_V T - \frac{a}{V},$$

ahol a és b anyagtól függő pozitív állandók ($b \ll V$), C_V az állandó térfogaton vett mólhő, R pedig az egyetemes gázállandó.

A következőkben vizsgáljunk 1 mólnyi reális gázt, és tegyük fel, hogy a jobb és bal ténfél közötti $\delta p = p_2 - p_1$ nyomáskülönbség kicsiny, azaz

$$|\delta p| \ll p_1.$$

Ekkor hasonlóan kicsiny lesz az átnyomási folyamat végére a gáz $\delta V = V_2 - V_1$ térfogatváltozása és $\delta T = T_2 - T_1$ hőmérsékletváltozása is:

$$|\delta V| \ll V_1, \quad |\delta T| \ll T_1.$$

c) Az (1) egyenletek és az a) részben bizonyított megmaradási törvény felhasználásával mutassuk meg, hogy ilyen feltételek esetén a nyomáskülönbség és a gáz hőmérsékletváltozása közötti kapcsolat vezető rendben

$$(2) \quad \delta T = \left(\frac{\gamma}{pV} - \lambda\right) \delta p$$

alakú, ahol γ és λ konstansok. Mekkora γ és λ értéke?

d) Ha a valódi gáz kezdeti hőmérséklete nagyobb egy bizonyos T_{inv} (ún. inverziós) hőmérsékletnél, akkor a Joule–Thomson-kísérlet során a gáz felmelegszik, ellenkező esetben pedig lehűl. A (2) összefüggésben a $pV \approx RT$ közelítést használva határozzuk meg a reális gáz T_{inv} inverziós hőmérsékletét a -val és b -vel kifejezve!

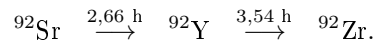
3. feladat. Modern fizikai feladatcsokor. (Ez a feladat három független, kisebb részből áll.)

3.1. Landau-nívók. Ismert, hogy homogén mágneses mezőben az indukcióvektorra merőlegesen mozgó elektron körpályára kényszerül. Ha a mágneses mező B indukcióját nagyon nagy értékre növeljük, az elektron viselkedése kvantumossá válik. Az elektron erős mágneses térben kialakuló energiaszintjeit – azok első tanulmányozójáról – *Landau-nívóknak*³ nevezik.

a) Becsüljük meg, hogy mekkora sugarú korongban „terül szét” az elektron *alapállapotban!*

b) Mekkora energiájú fotonokat képes elnyelni egy ilyen rendszer? (*Vigyázat: az elektronnak nem csak kinetikus energiája van!*)

3.2. Radioaktív bomlás. Maghasadási reakciókban gyakran keletkezik ⁹²Sr izotóp, amely két egymást követő β -bomlással a stabil ⁹²Zr-ra bomlik:

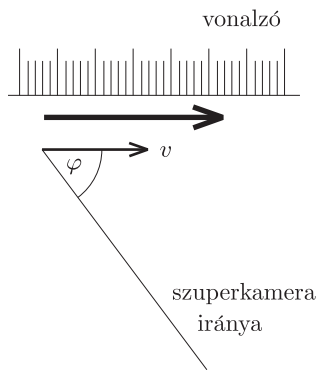


Egy adag vegytiszta ⁹²Sr preparátum elkészítése után mennyi idővel lesz a keletkező ⁹²Y mennyisége a legnagyobb?

Útmutatás: Próbáljuk az egyenleteket egyetlen radioaktív bomlási egyenletre visszavezetni, melynek változója a stroncium és ittrium részecskeszámának lineárkombinációjaként képzett „redukált részecskeszám”!

3.3. Relativisztikus nyílvevessző. Egy L_0 nyugalmi hosszúságú nyílvevessző a fénysebességgel összemérhető v sebességgel halad el egy álló, a haladási irányával párhuzamos vonalzó előtt. A nyílvevesszőről egy távoli, a haladási irányhoz képest φ szögben elhelyezkedő, lényegében nulla expozíciós idejű szuperkamerával pillanatképet készítünk.

³ Lev D. Landau (1908-1968) Nobel-díjas szovjet fizikus



3. ábra

a) Milyen hosszúnak látszik a nyílvevő a fotón? (Másképp: a vonalzónak milyen hosszú része van takarásban a fényképen?)

b) Mekkora sebességgel mozog a nyílvevő, ha a $\varphi = 60^\circ$ -ban elhelyezkedő szuperkamera által készített pillanatképen éppen L_0 hosszúságúnak látszik?