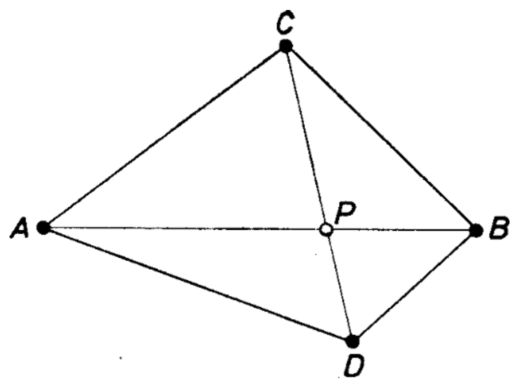
Nincs mit bizonyítani, ha az adott pontok száma 2 vagy 3. Akkor sem kell viszont 4-nél több pontot *egyidejűen* tekintetbe vennünk, ha több pontunk van, hiszen 4 pont határoz meg 2 összekötő szakaszt, ha nincs közös végpontjuk (különben közös *vég*pontra úgysem vonatkozik az állítás). És ha nem volna igaz az állítás, vagyis lehetne mutatni olyan (nem az adottak közül való) P pontot, amely *több* szakasznak közös belső pontja, ehhez a cáfolathoz is elég lenne mutatni kettőt a P-n átmenő szakaszok közül.

Tegyük föl az állítással ellentétben, hogy P-n átmennek az AB és CD szakaszok, méghozzá úgy, hogy AB az AX távolságok legkisebbike, ahol X végigfut az adott pontok halmazán, de $X \neq A$, és értelemszerűen ugyanígy CD a CX távolságok legkisebbike. (Arra viszont nem lesz szükségünk, hogy B-hez, D-hez mi a legközelebbi pont.)



Föltevéseink szerint $AB < AD$ és $CD < CB$, ennélfogva

$$AB + CD < AD + CB. \tag{1}$$

Írjuk föl a háromszög-egyenlőtlenséget a PAD és PCB „háromszögek” P-vel „szemben fekvő”oldalára:

$$AD \leq AP + PD, \qquad CB \leq CP + PB. \tag{2}$$

Összeadva ezeket és kihasználva, hogy P belső pont:

$$AD + CB \leq (AP + PB) + (CP + PD) = AB + CD,$$

ez pedig ellentmond (1)-nek.

Eszerint a P pont létezéséből levont két helyes következtetés nem egyeztethető össze, feltételezésünk tehát hibás volt. Ezzel meggyőződtünk arról, hogy az állítás igaz.

Megjegyzés. (2)-ben az egyenlőségek megengedését elkerülhettük volna további meggondolások árán, de a megengedés úgysem érinti az ellentmondást, mert (1)-ben szigorú egyenlőtlenség érvényes a föltevések alapján.