Tudományos népszerűsítő előadások
a Fővárosi Fazekas Mihály Gimnáziumban

Hraskó András

2010. október 5-én kedden 16 órától *Virág Bálint,* iskolánk volt diákja, a kanadai Toronto Egyetem munkatársa mesél véletlen gráfokról a Fővárosi Fazekas Mihály Gimnáziumban. Friss információk a `http://matek.fazekas.hu/portal/eloadas/` linken olvashatók. Az iskola címe: 1082 Budapest, Horváth Mihály tér 8.

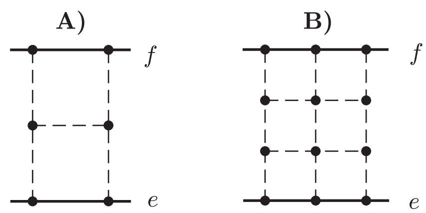
Alább az előadó által írt beharangozó olvasható.

Véletlen gráfok

Két párhuzamos út (e és f) között

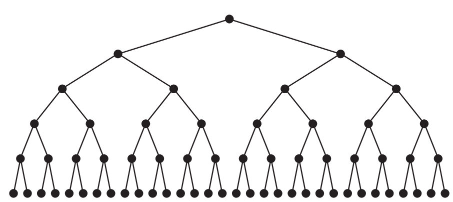
A) 1×2-es, **B)** 2×3-as

négyzetrács elrendezésben terveznek utakat. Ha a rácspontok közötti mindegyik kis útszakasz (az egyik esetben 5, a másikban 13 ilyen van) egymástól függetlenül $\frac{1}{2}$ valószínűséggel épül meg illetve nem épül meg, akkor mennyi az esélye, hogy az e, f utak egyikéről át lehet jutni a másikra a megépülő utakon át?



1. ábra

Általában, ha egy gráfból úgy készítünk új gráfot, hogy éleit egymástól függetlenül p valószínűséggel megtartjuk, $1-p$ valószínűséggel pedig elhagyjuk, akkor *perkolációról* beszélünk. A perkolációk vizsgálatának nagy lökést adott a felismerés, hogy általuk nagy hálózatok is modellezhetők, elemezhetők.



2. ábra

Az egyik tipikus kérdés, hogy a létrejövő „nagy" hálózatban vagyis gráfban van-e „nagy" összefüggő részgráf, tehát csúcspontok egymással élekkel összekötésben álló rendszere. A „nagy"-ot a matematika a „végtelen"-nel nevezi meg, így például már bizonyított az alábbi két eredmény:

I. tétel: Ha a kiinduló gráf a *2. ábrán* látható, de végtelenül folytatódó 3-reguláris fa és $p < \frac{1}{2}$, akkor nulla annak a valószínűsége, hogy a perkolációban van végtelen összefüggő részgráf.

II. tétel: A (mindegyik irányban) végtelen négyzetrács perkolációjában pontosan akkor lesz végtelen összefüggő részgráf, hogy ha $p > \frac{1}{2}$.

A téma nehézségét mutatja, hogy a II. tétel három dimenziós változata máig megoldatlan.