Belátjuk, hogy $\sum_{i=1}^{n} |\cos\alpha_i| \le n-1$, ebből már (2) következik. Ugyanis felhasználva a háromszög egyenlőtlenség segítségével könnyen igazolható $|\sin\alpha| + |\cos\alpha| \ge 1$ összefüggést

$$\sum_{i=1}^{n} \sin\alpha_i = \sum_{i=1}^{n} |\sin\alpha_i| \ge n - \sum_{i=1}^{n} |\cos\alpha_i| \ge n-(n-1) = 1.$$

Tegyük fel, hogy ellenkezőleg,

$$\sum_{i=1}^{n} |\cos\alpha_i| > n-1$$

teljesül. Mivel $0 \le |\cos\alpha_i| \le 1$, azért az $x_i = 1 - |\cos\alpha_i|$ számra $0 \le x_i \le 1$, és így

$$n-1 < \sum_{i=1}^{n} |\cos\alpha_i| = \sum_{i=1}^{n} (1-x_i) = n - \sum_{i=1}^{n} x_i \le n,$$

vagyis $0 \le \sum_{i=1}^{n} x_i < 1$, és így

$$-1 < \sum_{i=1}^{n} \pm x_i < 1 \tag{3}$$

tetszőleges előjelkombinációra. Ha a $\cos\alpha_i$ számok között éppen k pozitív van akkor

$$\sum_{i=1}^{n} (1+\cos\alpha_i) = \sum_{\cos\alpha_i>0} (2-x_i) + \sum_{\cos\alpha_i<0} x_i = 2k + \sum_{i=1}^{n} \pm x_i.$$

Ellentmondáshoz jutottunk, mert (3)-at figyelembe véve (1) nem lehet páratlan egész szám.

Erdélyi Tamás (Budapest, Berzsenyi D. Gimn., IV. o. t.)