

## I. rész

1. Egy téglalap alakú halastó oldalai 120 m és 160 m hosszúságúak. A téglalap egyik átlója mentén ott vernek le egy cölöpöt, ahonnan a kisebbik oldal két vége derékszög alatt látszik. Milyen messze van a cölöp a halastó oldalaitól? (11 pont)

2. Oldjuk meg a következő egyenlőtlenségeket a valós számok halmazán:

a)  $\sqrt{x^2 - 5x + 4} > -1$ ;

b)  $\log_{\frac{1}{2}}(4^x - 5 \cdot 2^x + 8) < -2$ .

(12 pont)

3. Két iskola sakkozói versenyeztek egymással. Mindenki mindenkivel egyszer játszott. Először egy-egy iskolán belül bonyolították le a mérkőzéseket, és így összesen 36 játszámára került sor. Amikor a két iskola tanulói mérköztek egymással, akkor 42 játékra került sor. Hány tanuló vett részt a versenyen iskolánként? (14 pont)

4. Antal 2005 elején 100 000 Ft-ot helyezett el egy bankban évi 20%-os kamatra. Béla 2005-től kezdve minden év elején  $b$  forintot helyezett el szintén évi 20%-os kamatra. A 2009. év végén Antal és Béla betétje azonos értékre növekedett (2005-től 2009-ig egyikük sem vett ki a betétjéből pénzt). Mennyi  $b$  értéke 1000 Ft-ra kerekítve? (14 pont)

## II. rész

5. Az  $ABCD$  deltoid szimmetriatengelye az  $AC$  átló, ahol  $A(0;0)$  és  $C(8;10)$ . A deltoid területe 41 területegység. Az egyik átló az origótól számítva  $3 : 2$  arányban osztja a másikat. Határozzuk meg a hiányzó csúcsponok koordinátáit. (16 pont)

6. Forgassunk meg egy egyenlő szárú háromszöget egyik szára, majd az alapja körül. Jelölje  $V_1$ , illetve  $V_2$  az így keletkezett forgástestek térfogatát. Számítsuk ki a háromszög szögeit, ha  $V_1 : V_2 = 3 : 7$ . (16 pont)

7. a) Adjuk meg azokat az  $a; b; c$  számjegyeket, melyekre fennáll, hogy az egyjegyű  $\overline{a}$ , a kétjegyű  $\overline{ba}$  és a háromjegyű  $\overline{cba}$  pozitív számok egy mértani sorozat egymást követő elemei.

b) Adjuk meg azokat az  $a; b; c$  számjegyeket, melyekre fennáll, hogy az egyjegyű  $\overline{a}$ , a kétjegyű  $\overline{ba}$  kétszerese és a háromjegyű  $\overline{cba}$  pozitív számok egy számtani sorozat egymást követő elemei. (16 pont)

8. Egy lövész  $\frac{1}{4}$  valószínűséggel találja el a célpontot.

a) Mi a valószínűsége annak, hogy 7 lövés közül legalább 2-szer célba talál?

b) Legalább hány lövést kell leadnia ahhoz, hogy a célt  $\frac{2}{3}$ -nál nagyobb valószínűséggel találja el? (16 pont)

9. Adjuk meg az

$$f(x) = 3^{1 + \log_3[\cos(x + \frac{\pi}{4})]}$$

hozzárendeléssel megadott függvény grafikonját a  $\left[-\frac{3\pi}{4}; \frac{9\pi}{4}\right]$ -on. Adjuk meg az  $f(x)$  függvény értelmezési tartományát, értékkészletét, zérushelyeit, a függvény menetét, periódusát. (16 pont)