A szóban forgó gyökök akkor valósak, ha

$$(3a+1)^2-4(2a^2-3a-2)\geq 0,$$

vagyis

$$a^2+18a+9\geq 0.$$

Ez akkor és csak akkor teljesül, ha

$$a\leq -9-6\sqrt{2}=-17{,}489,$$

vagy

$$a\geq -9+6\sqrt{2}=-0{,}515.$$

A gyökök (esetleg két egybeeső gyök) négyzetösszegét a gyökök és együtthatók közötti összefüggések alapján határozzuk meg. A két gyököt jelölje x_1 és x_2. Ekkor

$$x_1+x_2=3a+1,$$
$$x_1x_2=2a^2-3a-2.$$

Ezekből

$$x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=5a^2+12a+5=5(a+1{,}2)^2-2{,}2.$$

Látható, hogy a kapott kifejezés értéke $a=-1{,}2$-nél a legkisebb. Az is megállapítható, hogy minél jobban eltér ettől a, annál nagyobb lesz a gyökök négyzetösszege. $a=-1{,}2$-nél a gyökök azonban nem valósak, az ehhez legközelebb levő megengedett érték $-9+6\sqrt{2}$. Ez tehát a keresett szám.

Megjegyzés. A dolgozatok elbírálása a következő szempontok alapján történt:

Helyes a kifogástalan dolgozat.

Hiányos az a dolgozat, amelyben a megoldás lényegét nem érintő kisebb számolási hiba van.

Hibás az a dolgozat, amelyben 1. a megoldás jellegét is megváltoztató számolási hiba van; 2. nem veszi figyelembe azt a kikötést, hogy a gyökök valósak legyenek és az $a=-1{,}2$-et adja meg eredményül; 3. azt mondja, hogy $a=-1{,}2$-nél a gyökök nem valósak, tehát a feladatnak nincs megoldása.