Jelöljük az A, B, C, D pontokon átmenő gömb középpontját Q-val, sugarát r-rel, az (1) alatti közös érték négyzetgyökét ϱ-val. A szelő darabjaira vonatkozó tétel szerint (1) mindig igaz, ha benne O helyére mindenütt Q-t írunk, és P, R, S, T rendre az AB, BC, CD, DA szakaszok meghosszabbításán levő pontok. Ebben az esetben az egyenlő kifejezések közös értéke r^2. Állításunk emiatt csak akkor lehet igaz, ha O nem azonos Q-val, de még ebben az esetben is

– vagy azt kell feltennünk, hogy P, R, S, T rendre az AB, BC, CD, DA szakaszok meghosszabbításán levő pontok,

– vagy azt, hogy (1)-ben a $PA \cdot PB$, $RB \cdot RC$, $SC \cdot SD$, $TD \cdot TA$ szakaszpárok szorzata előjelesen értendő, vagyis negatív abban az esetben, ha a szakaszok irányítása ellentétes.

Megmutatjuk, hogy kiegészítő feltételeink mellett P, R, S, T valóban egy síkban vannak. Ha O helyett Q-t írunk, (1) a második esetben is igaz, tehát az O, Q pontokra

$$OX^2 - QX^2 = \varrho^2 - r^2 \tag{2}$$

mindig teljesül, ha benne X helyére a P, R, S, T pontok egyikét írjuk. Tekintsük az O, Q, X pontok által meghatározott síkot, és vetítsük ebben az OQ egyenesre az X pontot. Jelöljük a vetületet Y-nal. A ϱ és r mennyiségek nagyságviszonyától függően ez az OQ szakasz F felezőpontjának Q-t vagy O-t tartalmazó oldalára kerül, és

$$OX^2 - QX^2 = OY^2 - QY^2 = (OF + FY)^2 - (QF + FY)^2 = 2OQ \cdot FY$$

miatt (2) az FY távolságot egyértelműen meghatározza. Ha tehát a tér tetszőleges X pontjára teljesül (2), akkor X az OQ egyenesre annak a $\varrho^2 - r^2$ különbség által egyértelműen meghatározott Y pontjában emelt merőleges síkon van. A módosított állítást ezzel beláttuk.