

**1. Tömeges rugó.** Vízszintes, sima, vagyis súrlódásmentes talajon, egyik végével falnak támaszkodó,  $D = 50 \text{ N/m}$  direkciós erejű,  $m = 0,15 \text{ kg}$  tömegű egyenes csavarrugó nyugszik. A rugó tengelyének irányából egy  $M = 0,5 \text{ kg}$  tömegű hasáb  $v = 2 \text{ m/s}$  sebességgel érkezik a rugóhoz. A rugó végével való ütközéskor feltehetjük, hogy 10%-os energiavesztés következik be, továbbá már a rugó 1 cm-es összenyomódásakor létrejön a rugóban az úgynevezett alaplómódusnak nevezett állapot, amikor a rugó egyes meneteiben a faltól mért távolsággal egyenesen arányos, lineáris sebességeloszlás alakul ki. A továbbiakban az alaplómódus mindaddig megmarad, és mindvégig veszteségmentesnek tekinthető, ameddig a rugó és a hasáb egymással érintkeznek. A rugó elegendően hosszú, elegendően lazák a menetei, és mindvégig egyenes marad.

Mekkora sebességgel hagyja el a rugót a hasáb?

**2. Forduló robogó.** Egy robogó (kismotor) első és hátsó kerekének tengelye között a távolság  $l$ . A motor meglehetősen síkos, vízszintes talajon halad lassan, óvatosan valamekkora  $v$  sebességgel. A vezető állandó sebességnagysággal mellett el akar kanyarodni a motorral, ezért a kormányt  $\alpha$  szöggel elfordítja. Legalább mekkora legyen a talaj és a motor kerekei közötti  $\mu$  tapadási súrlódási együttható, hogy a motor ne csússzon meg?

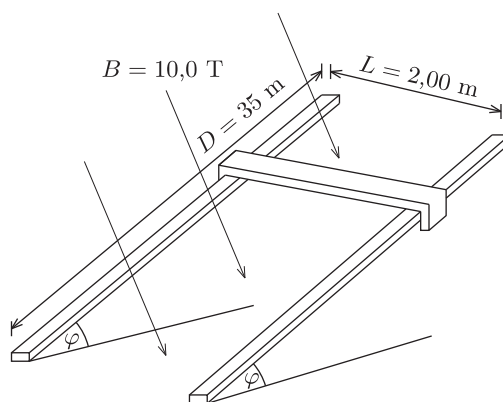
Feltehetjük, hogy a motornak és a vezetőnek a közös tömegközéppontja a kerekek tengelyét összekötő szakasz közepére fölé esik, továbbá a motor bedőlésétől eltekinthetünk.

**3. Forgó négyzet.** Vízszintes, érdes talajon forgassunk meg egy négyzet alakú lemezt az egyik sarka körül, majd rögzített, függőleges, súrlódásmentes tengely mellett hagyjuk szabadon mozogni. Megfigyelhetjük, hogy a lemez  $t = 4 \text{ s}$  múlva áll meg. Mennyi idő alatt áll meg a lemez, ha a tengely a középpontján megy át, és a kezdeti szögsebessége ugyanakkora?



**4. Mágneses parittyá.** Egy  $P$ -ben lévő ifjú és egy  $Q$ -ban tartózkodó fiatal hölgy örülten szerelmesek egymásba. A két fiatal tartózkodási helyét  $w = 1000 \text{ m}$  szélességű tengerszoros választja el egymástól. Miután az ifjú tanult fizikát, és hallott a mágneses parittyáról, elhatározta, hogy készít egy olyan eszközt, amivel át tudja magát lőni a tengerszoroson. A fiú elkészített egy állítható hajlásszögű rámpát (magyarul lejtőt), amelynek  $\theta$  hajlásszögét változtatni lehet. A rámpán két párhuzamos fémsínt fektetett le, melyek hossza  $D = 35 \text{ m}$ , és egymástól mért távolsága  $L = 2 \text{ m}$ . A sínek végéhez a szerelmes ifjú 2424 V-os egyenfeszültségű tápegységet csatlakoztatott. Egy elektromosan vezető rúd szabadon tud csúszni a fémsínpáron úgy, hogy közben a fiú biztonságosan meg tud kapaszkodni a rúdon.

Egy rendkívül ügyes mérnök, látva az örülten szerelmes fiatalember erőfeszítését, egy olyan szerkezetet tervezett meg, amellyel  $B = 10 \text{ T}$  homogén mágneses mezőt lehet a sínpárra merőlegesen létrehozni. Az ifjú tömege  $70 \text{ kg}$ , a rúd tömege  $10 \text{ kg}$ , ellenállása  $R = 1 \Omega$ .



Amint az ifjú befejezte a művét, és éppen ellenőrizte a működését, szíve hölgye kétségbeesve felhívta telefonon, és zokogva elmondta neki, hogy édesapja egy gazdag emberhez akarja feleségül adni, de ő inkább véget vet életének. Egyetlen reménységük az lehet, hogy a lány édesapja megígérte, amennyiben a fiú a telefonhívást követően 11 másodpercen belül képes lenne a  $Q$  pontba jutni, akkor mégis ő veheti feleségül a lányt.

A fiatalember ekkor azonnal a parittyához lépett, és kilötte magát a tengerszoroson át  $Q$  felé. A rámpa úgy van beállítva, hogy  $P$  mindig a legfelső pontja (ahol a fiú elhagyja a síneket) van azonos magasságban a tengerszoros túlpertjén lévő  $Q$  ponttal.

Az alább felsorolt lépéseket elvégezve vizsgálj meg, hogy a fiú megérkezhet-e időben a  $Q$  pontba, és ha igen, akkor milyen  $\theta$  szögtartomány beállítása mellett!

a) Vezess le egy kifejezést a fiatalember sínekkel párhuzamos gyorsulására!

b) Határozd meg a  $\theta$  szög függvényében azt az időt, amit a fiatalember a síneken tölt ( $t_s$ ), és amit a levegőben tölt ( $t_1$ )!

c) Ábrázold grafikusan a teljes  $T = t_s + t_1$  időt a  $\theta$  hajlásszög függvényében!

d) A paritya fontos tulajdonságainak figyelembevételével, határozd meg azt a  $\theta$  hajlásszög tartományt, amit a fiatalember használhat! Ha szükségesnek érzed, rajzolj egy másik grafikont is.

*Használd a következő közelítéseket:*

1) A telefonhívást követően a kilövésig eltelt idő (beleértve a beállításokat is) elhanyagolható, másképp szólva a stopper a  $t = 0$  idővel akkor indul, amikor a fiatalember kilövi magát, vagyis a rúd mozogni kezd.

2) A fiatalember a mozgását a fémsínek bármely pontjánál kezdheti.

3) A rámpa felső vége és  $Q$  ugyanazon a magasságon van, és a közöttük lévő távolság  $w = 1000$  m.

4) Biztonsági kérdésekkel (mint például a landolás, elektromos áramütés, stb.) nem kell törődnöd.

5) A fémsínek ellenállása, a tápegység belső ellenállása, a súrlódás a rúd és a sínek között, valamint a légellenállás elhanyagolható.

6) Számolhatsz  $g = 10$  m/s<sup>2</sup> értékkel.

*Matematikai útmutatás:*

1.  $\int e^{-ax} dx = -\frac{e^{-ax}}{a}$ .

2. A  $\frac{dx}{dt} = a + bx$  differenciálegyenlet megoldása:

$$x(t) = \frac{a}{b}(e^{bt} - 1) + x(0)e^{bt}.$$