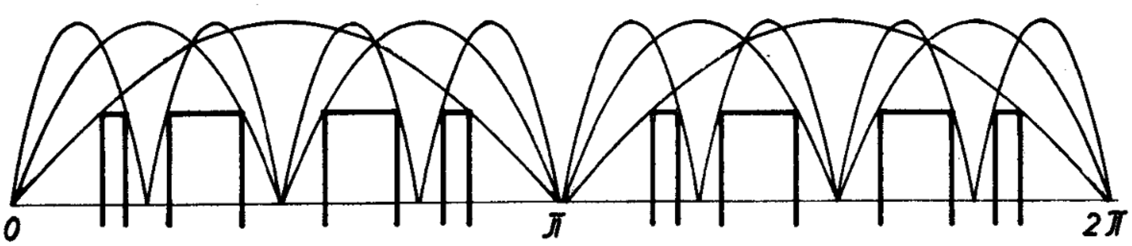
Ha találunk olyan $\sin x_0$ számot, amelyre

$$(2) \qquad a \sin x_0 \geq \frac{1}{2}|a|, \qquad b \sin 2x_0 \geq \frac{1}{2}|b|, \qquad c \sin 4x_0 \geq \frac{1}{2}|c|,$$

egyszerre fennáll, akkor erre az x_0-ra $f(x_0) \geq \dfrac{1}{2}(|a| + |b| + |c|)$ is teljesülni fog.



1. ábra

A (2) alatti egyenlőtlenségek pontosan akkor teljesülnek, ha egyrészt

$$(3) \qquad |\sin x_0| \geq \frac{1}{2}, \qquad |\sin 2x_0| \geq \frac{1}{2}, \qquad |\sin 4x_0| \geq \frac{1}{2},$$

másrészt $\sin x_0$, $\sin 2x_0$, $\sin 4x_0$, előjele rendre megegyezik a, b, c előjelével. Felrajzolva e három függvény abszolút értékét a $[0,\ 2\pi]$ intervallumban, láthatjuk, hogy (3) nyolc részintervallumban teljesül (1. ábra). Ezek végpontjainak értékét, illetve, hogy e szakaszokon mi $\sin x$, $\sin 2x$, $\sin 4x$ előjele, az alábbi táblázat tartalmazza.

Az intervallum végpontjai	$\sin x$	$\sin 2x$	$\sin 4x$
	előjele		
$4\pi/24$, $5\pi/24$	+	+	+
$7\pi/24$, $10\pi/24$	+	+	−
$14\pi/24$, $17\pi/24$	+	−	+
$19\pi/24$, $20\pi/24$	+	−	−
$28\pi/24$, $29\pi/24$	−	+	+
$31\pi/24$, $34\pi/24$	−	+	−
$38\pi/24$, $41\pi/24$	−	−	+
$43\pi/24$, $44\pi/24$	−	−	−

Mivel mind a 8 lehetséges előjelkombináció szerepel, adott a, b, c-hez x_0-ként valamelyik részintervallum tetszőleges pontját választhatjuk. Ezzel a választással (2) is teljesül, amivel a feladat állítását igazoltuk.

Tálas Csaba (Békéscsaba, Rózsa F. Gimn., IV. o. t.)

Megjegyzés. A feladattal kapcsolatban cikket közlünk a decemberi számunkban.