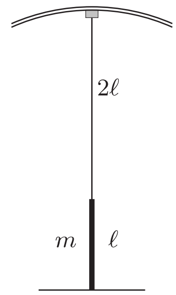
Vermes Miklós „Az Eötvös-versenyek feladatai 1959–1988” c. könyvében írja: „A háború utáni versenyek 1949-ben indultak meg újra, és azóta Eötvös-verseny néven rendezik meg minden ősszel.” Minthogy azóta is minden évben sikerült megtartani a versenyt, 2008-ban volt a háború utáni 60. Eötvös-verseny.

A Versenybizottságban *Károlyházy Frigyes* több, mint 40 éve, *Radnai Gyula* 35 éve, *Gnädig Péter* 20 éve, *Honyek Gyula* 5 éve vesz részt. 1987-ig *Vermes Miklós,* 1988-tól Radnai Gyula az elnöke a Versenybizottságnak.

A 2008. október 17-én délután 3 és este 8 óra között tartott versenyen Budapesten 40, a 14 vidéki városban összesen 59 versenyző adott be dolgozatot. Valamennyien hazai középiskolába jártak vagy járnak, külföldi versenyző nem volt. A Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Gimnáziumból 15-en indultak, többen, mint akármelyik vidéki városból. Sajnos két helyszínről, Kecskemétről és Székesfehérvárról egyetlen dolgozat sem érkezett. A viszonylag alacsony részvételi létszám jól tükrözi a fizika tantárgy országosan nehéz helyzetét, ugyanakkor a legjobb tíz dolgozat átlagos színvonala ugyanolyan magas volt, mint az elmúlt években – méltón az Eötvös-verseny hagyományaihoz.

1. feladat. *Egy cirkuszi egyensúlyozóművész egy hosszú függőleges rúdra akar felmászni. A rúd hossza ℓ, tömege m. A produkció kezdetekor a rudat az egyik végéhez erősített, elhanyagolható súlyú rugalmas kötélen engedik le a cirkusz kupolájától. Amikor a rúd alja éppen a talajhoz ér, a kötél 2ℓ hosszú* (1. ábra). *A kötél nyújtatlan hossza ℓ, megnyúlása közben jól követi a Hooke-törvényt.*



1. ábra

a) *Milyen magasra mászhat fel a rúdra az ugyancsak m tömegű artista anélkül, hogy a rúd függőleges egyensúlyi helyzete instabillá válna? (Az egyszerűség kedvéért tételezzük fel, hogy az artista mérete ℓ-hez képest elhanyagolható.)*

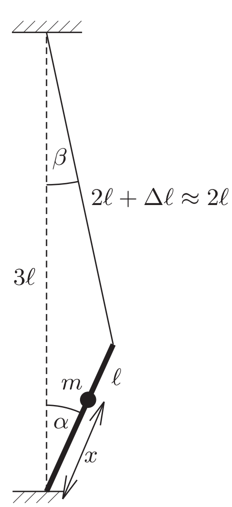
b) *A rúd fele magasságánál az artista kicsit kibillen és a rúddal együtt oldalirányú lengésekbe kezd. Mekkora a lengés T periódusideje? (A rúd alsó vége nem tud elmozdulni, de a rúd szabadon elfordulhat az alsó végpontja körül.)*

(*Balogh Péter*)

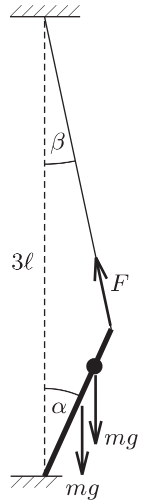
Megoldás. Azoknak a versenyzőknek sikerült jól megoldaniuk ezt a feladatot, akik elég bátrak voltak, és már kezdetben figyelembe vették, hogy elegendő az artista *kicsiny* kibillenését vizsgálni. Ők azután nem tévedtek el a tetszőleges szögekre érvényes, bonyolult összefüggések erdejében.

A *2. ábrán* a hosszakat, a *3. ábrán* az erőket ábrázoltuk az α szöggel kibillent rúd esetében. Ekkor a kötélnek a függőlegessel bezárt szöge β. Ha figyelembe vesszük, hogy kicsiny szögekről van szó, jó közelítéssel írhatjuk:

$$\beta \approx \frac{\alpha}{2}.$$



2. ábra



3. ábra

A kilendült rudat a rúdra és az artistára ható nehézségi erő tovább akarja lendíteni, a kötél rugalmassága pedig visszahúzza. A nehézségi erők forgatónyomatékának nagysága (a rúd alsó végpontjára):

$$M_1 = mg\frac{\ell}{2}\sin\alpha + mgx\sin\alpha \approx$$
$$\approx mg\left(\frac{\ell}{2} + x\right)\alpha,$$

a visszahúzó kötélerő forgatónyomatékának nagysága pedig

$$M_2 = F\ell\sin(\alpha+\beta) \approx F\ell(\alpha+\beta) \approx F\ell\frac{3}{2}\alpha.$$

A stabilitás feltétele:

$$M_2 > M_1.$$

Felhasználva, hogy kis szögekről van szó:

$$F\ell\frac{3}{2}\alpha > mg\left(\frac{\ell}{2} + x\right)\alpha.$$

Ha eltekintünk a kötél kicsiny, további megnyúlásától, F továbbra is jó közelítéssel mg nagyságú marad. (F kicsiny megváltozását az ugyancsak kicsiny α-val szorozva *másodrendűen kicsiny* tagot kapunk, amit elhanyagolunk.) Ezt felhasználva a stabilitási feltétel:

$$mg\ell\frac{3}{2}\alpha > mg\left(\frac{\ell}{2} + x\right)\alpha,$$

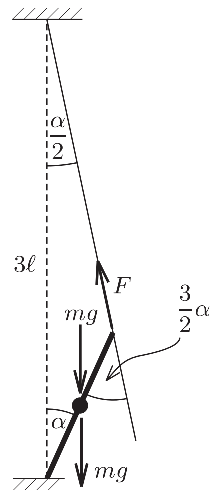
$$\frac{3}{2}\ell > \frac{\ell}{2} + x,$$

$$x < \ell.$$

Tehát az artista felmászhat egészen a rúd tetejéig, amíg csak $x < \ell$ teljesül. Ezzel válaszoltunk az a) kérdésre, most foglalkozzunk a b)-vel.

Tekintsük a *4. ábrát,* amelyen már figyelembe vettük a $\beta \approx \frac{\alpha}{2}$ közelítést, mivel továbbra is kis szögkitérésű lengésekről lehet csak szó, továbbá azt, hogy most $x = \frac{\ell}{2}$. A visszatérítő forgatónyomaték:

$$M = M_2 - M_1 = F\ell\,\frac{3}{2}\alpha - 2mg\,\frac{\ell}{2}\alpha = \ell\alpha\left(\frac{3}{2}F - mg\right) =$$
$$= \frac{1}{2}mg\ell\cdot\alpha.$$



4. ábra

Ez a visszatérő forgatónyomaték *egyenesen arányos* α-val! Ebben az esetben harmonikus rezgés (lengés) jöhet létre, melynek periódusidejét az arányossági tényezőből olvashatjuk ki. A rúdból és az artistából álló rendszer teljes tehetetlenségi nyomatéka (a rúd legalsó pontjára vonatkoztatva):

$$\Theta = \frac{1}{3}m\ell^2 + m\left(\frac{\ell}{2}\right)^2 = \frac{7}{12}\,m\ell^2.$$

A harmonikus rezgőmozgásnál, ahol a visszahúzó erő nagysága $F = Dx$, fennáll a következő összefüggés:

$$\omega^2 = \frac{D}{m} = \frac{F/x}{m}\,.$$

Ezzel analóg módon a lengésekre (harmonikusan változó forgómozgásra)

$$\omega^2 = \frac{M/\alpha}{\Theta} = \frac{\frac{1}{2}\,mg\ell}{\frac{7}{12}\,m\ell^2} = \frac{6}{7}\,\frac{g}{\ell}$$

érvényes. Ebből a lengés periódusideje:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{7}{6}\,\frac{\ell}{g}}\,, \quad \text{mivel} \quad T = \frac{2\pi}{\omega}\,.$$

2. feladat. *Ugyanabból az anyagból készült, állandó fajhőjű három test hőmérséklete* 13 °C, 27 °C *és* 90 °C. *A két melegebb test tömege egyenként fele a* 13 °C*-os test tömegének. Megfelelő hőgépek és energiatároló eszközök közbeiktatásával, külső energia befektetése nélkül szeretnénk a* 13 °C*-os testet minél jobban lehűteni.*

a) Hogyan kell eljárnunk? (A testek csak hőfelvétel vagy hőleadás során változtathatják meg hőmérsékletüket, halmazállapotváltozás nem történik, hőtágulásuk elhanyagolható.)

b) Mennyire hűlhet le az eredetileg 13 °C*-os test?*

(*Radnai Gyula*)

Megoldás. *a*) Hogyan lehet három test közül a leghidegebbet még tovább hűteni? Nincs nála hidegebb test, amivel kapcsolatba hozhatnánk. Adiabatikus munka végzésére sincs lehetőség, a testek most csak hőfelvétel vagy hőleadás során változtathatják meg a hőmérsékletüket.

Semmi kétség: hűtőgépre van szükségünk! Viszont minden hűtőgép működtetéséhez külső energiaforrás kell, ami most nem áll rendelkezésre.

Illetve mégis van egy kiút: ha a két különböző hőmérsékletű másik test felhasználásával működtetünk egy hőerőgépet! Azt a munkát, amit ebből nyerünk, felhalmozzuk egy energiatárolóban. Mire a két melegebb test között végül megszűnik a hőmérsékletkülönbség, az így előállt „középmeleg” test és a hideg test közé már beiktathatunk egy hűtőgépet, amely az előbb nyert munka befektetésével biztosan működik valameddig. Ennek eredményeképpen a hideg test tovább hűl. Már csak azt kell kiszámítanunk, mennyire hűl le.

b) Először azt számítsuk ki, mennyi munka nyerhető a kezdetben $T_1 = 90°\mathrm{C} = 363$ K és $T_2 = 27$ °C $= 300$ K hőmérsékletű, m tömegű, c fajhőjű testek között működtetett hőerőgép segítségével! A legnagyobb munkát akkor nyerjük, ha egyensúlyi folyamatokat végző, úgynevezett *reverzibilis Carnot-gépet* használunk. Q_1-gyel, illetve Q_2-vel jelölve e körfolyamatot végző gép egyetlen ciklusában a T_1, illetve T_2 hőmérsékletű testektől felvett hőt, $Q_1 > 0$ és $Q_2 < 0$, ha $T_1 > T_2$. Ekkor a ciklusonként végzett munka a termodinamika első főtétele szerint:

$$W = Q_1 + Q_2.$$

Ugyanakkor a termodinamika második főtétele szerint

$$\frac{Q_1}{T_1}+\frac{Q_2}{T_2}=0 \qquad \left(\eta=\frac{W}{Q_1}=\frac{T_1-T_2}{T_1}\right).$$

Egyetlen ciklus még alig változtatja meg a hőtartálynak tekinthető testek hőmérsékletét, elég sok ciklus után azonban egyre közelebb kerül egymáshoz a két test hőmérséklete.

Hogyan függ össze ez a két hőmérséklet? Helyettesítsük be a második főtételbe

$$Q_1=-c\,m\,\Delta T_1 \qquad \text{és} \qquad Q_2=-c\,m\,\Delta T_2$$

értékeit (a negatív előjel azért kell, mert ami a munkavégző közeg szempontjából felvett hő, az a hőtartályok szempontjából leadott hőnek számít):

$$\frac{-c\,m\,\Delta T_1}{T_1}+\frac{-c\,m\,\Delta T_2}{T_2}=0.$$

Innen kapjuk, hogy

$$\frac{\Delta T_1}{T_1}+\frac{\Delta T_2}{T_2}=0,$$

$$T_2\Delta T_1+T_1\Delta T_2=\Delta\left(T_1T_2\right)=0,$$

vagyis

$$T_1T_2=\text{állandó}.$$

Tehát úgy változik a két test abszolút hőmérséklete, hogy a szorzatuk állandó marad! (Ez akkor és csak akkor van így, ha a két test hőkapacitása egyenlő; de ez most teljesül.) Végül is egy olyan közös hőmérséklet áll be, amelyre

$$T^2_{\text{közös}}=T_1T_2,$$

vagyis a közös hőmérséklet a kezdeti hőmérsékletek mértani közepe lesz. Esetünkben

$$T_{\text{közös}}=\sqrt{363\ \text{K}\cdot 300\ \text{K}}=330\ \text{K}.$$

A melegebb test által leadott hő nagysága (a hőmérséklet kelvin mértékegységének kiírása nélkül):

$$c\,m\cdot(363-330)=c\,m\cdot 33.$$

A hidegebb test által felvett hő nagysága:

$$c\,m\cdot(330-300)=c\,m\cdot 30.$$

Így az összesen nyert munka: $c\,m\cdot 3$, ezt használhatjuk fel majd a hűtőgép meghajtására.

Most már foglalkozhatunk a hűtőgéppel, aminek az alsó hőtartálya lesz a c fajhőjű, $2m$ tömegű, $T_3=13\ ^\circ\text{C}=286\ \text{K}$ hőmérsékletű test. A felső hőtartály is c fajhőjű, és ugyancsak $2m$ tömegű, az előző folyamat végén nyert 330 K hőmérsékletű test. Ismét két azonos hőkapacitású testről van szó, vagyis most is állandó marad a két (abszolút) hőmérséklet szorzata.

Jelöljük T-vel az a kiszámítandó hőmérsékletet, amire a hideg test lehűl, és $T^\star$-gal azt a hőmérsékletet, amire a két másik test felmelegszik. Ekkor tehát

$$T\cdot T^\star=286\cdot 330,$$

és az energiaegyenlet:

$$c\cdot 2m(T^\star-330)-c\cdot 2m(286-T)=c\,m\cdot 3.$$

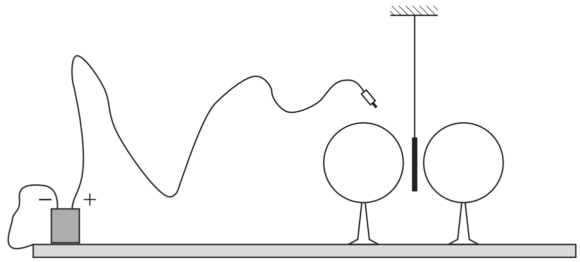
A fenti két egyenlet már meghatározza a keresett T és $T^\star$ értékeket:

$$T=278\ \text{K}=5\ ^\circ\text{C}, \qquad T^\star=339{,}5\ \text{K}=66{,}5\ ^\circ\text{C}.$$

Vagyis a kezdetben 13 °C-os test végül is 5 °C-osra hűthető le. Ezt kellett kiszámítanunk.

3. feladat. *Egy fizikaszakkörön valaki demonstrálni szeretné, hogy ellentétes irányú elektromos térerősségvektorok leronthatják egymást. Elképzelése a következő. Szigetelő lábakon két egyforma fémgömböt állít egymás mellé és pontosan ugyanakkora potenciálra tölti fel őket. Ezután a kettejük közé középre belógatott próbatöltésre nem fog elektromos erő hatni.*

A gyakorlati kivitelezéshez a kísérletező egy néhány száz V *feszültségű telep egyik sarkát „leföldeli”, vagyis az asztallapra tett nagy fémtálcához csatlakoztatja – ezt tekinthetjük zérus potenciálú helynek –, a másik pólushoz csatlakozó banándugóval pedig először a bal oldali, utána a jobb oldali gömböt, majd végül a szigetelő szálon közéjük lógatott alufólia csíkot érinti meg* (5. ábra). *Meglepődve tapasztalja, hogy az alufólia igenis kitér a függőleges irányból, elmozdul az egyik gömb felé.*



5. ábra

Mi lehet a kudarc magyarázata? (A levegő száraz, a lábak jól szigetelnek, a gömbök sokáig megtartják a rájuk vitt töltést.)

Melyik gömb felé tér ki az alufólia?

Hogyan lehetne a kudarcot elkerülni?

(*Károlyházy Frigyes*)

Megoldás. A feladat az 1992. évi Eötvös-verseny 3. problémájára emlékeztet, amelynek megoldása megtalálható „Az Eötvös-versenyek feladatai II. 1989–1997" c. Typotex kiadványban, és ma már az interneten is olvasható a Kempelen Farkas Digitális Tankönyvtárban. Két versenyző, akik később dicséretet kaptak, rá is talált az ott közölt megoldásra, melynek nyomán sikerült is megoldaniuk ezt a feladatot. Az Eötvös-versenyen bármely segédeszköz (könyvek, jegyzetek, zsebszámológép) használható (mobiltelefon és laptop kivételével), ezért megoldásukat természetesen elfogadta a Versenybizottság. Most viszont szándékosan más megoldást közlünk, olyat, amilyet az idei verseny győztesei adtak erre a feladatra.

Tekintsük először azt az esetet, amikor még csak a bal oldali gömböt töltöttük fel a telep feszültségére. Ekkor ez a gömb felvett valamennyi töltést. A jobb oldali gömb, ami ugyan töltetlen, most egy elektromos erőtérbe került, ennek hatására benne töltésszétválás történt és már nem zérus a feszültsége, hiába zérus a rajta lévő össztöltés.

Ezek után érintjük meg a jobb oldali gömböt a telep előbbi – pozitív – sarkából jövő vezetékkel. Ennek hatására ez a gömb is a telep feszültségére töltődik fel, viszont ehhez már kevesebb töltésnek kell felmennie rá, mint amennyi töltés a másik gömbre került! Sőt, ha a második gömb feltöltése után megmérjük az első (a bal oldali) gömb feszültségét, az nagyobb lesz, mint a telep feszültsége, hiszen most már ez a gömb is erőtérbe, a jobb oldali gömb erőterébe került!

A helyzet annyira meglepő, hogy eredményhirdetéskor (technikai okokból egy 3000 V-os feszültségforrást használva) kísérletileg is bemutattuk. Amikor a bal oldali gömböt feltöltöttük 3000 V-ra, a jobb oldali gömbre kapcsolt elektrosztatikus voltmérő 800 V-ot mutatott. Amikor pedig a jobb oldali gömböt is feltöltöttük 3000 V-ra, a bal oldali gömb feszültsége 3800 V-ra nőtt!

Mindenképpen több töltés került tehát a bal oldali gömbre, mint a jobb oldalira, ezért a középük középre lógatott és feltöltött alufólia csíkra a bal oldali gömb nagyobb taszítóerőt gyakorol, mint a másik gömb. A fóliacsík tehát *jobbra* fog kilendülni!

Az egyik győztes versenyző (Almási Gábor) még azt is megjegyezte, hogy ha túl közel van egymáshoz a két gömb, akkor a középük lógatott fémfólián már töltetlen állapotban is a két gömb potenciálja közötti, tehát a telepfeszültségnél nagyobb potenciál alakulhat ki. Ezért, amikor hozzáérünk a telepből jövő vezetékkel, lehet, hogy leveszünk róla töltést, így áll be a fólia a telep feszültségére. Ebben az esetben azonban negatív töltése lesz, s a bal oldali gömb jobban fogja vonzani, mint a jobb oldali, vagyis ilyenkor a fólia *balra* lendül ki.

Hogyan lehetne elkerülni a kudarcot? Több mód is van rá. A legbiztosabb eljárás az, hogy *egyszerre* töltjük fel a két gömböt, de az is elég, ha kellő távolságra, viszonylag messze helyezzük őket egymástól. Igaz, ebben az esetben nem olyan látványos az a kísérlet, hogy közöttük középen nem hat erő a belógatott fóliára.

A verseny eredménye

Két versenyzőnek sikerült mindhárom feladatot hibátlanul megoldania, ezért két első díjat adott ki a Versenybizottság.

I. díj: **Almási Gábor,** az ELTE fizika BSc szakos hallgatója, aki a pécsi Leővey Klára Gimnáziumban érettségizett *Simon Péter* és *Kotek László* tanítványaként; és **Szolnoki Lénárd,** a BME fizika BSc szakos hallgatója, aki a Debreceni Református Kollégium Dóczy Gimnáziumában érettségizett *Tófalusi Péter* tanítványaként.

II. díj: **Balogh Máté,** a Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Gimnázium 12. évf. tanulója, *Horváth Gábor* tanítványa; és **Lovas Lia Izabella,** a pécsi Leővey Klára Gimnázium 12. évf. tanulója, *Simon Péter* tanítványa.

III. díj: **Farkas Márton,** a Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Gimnázium 12. évf. tanulója, *Horváth Gábor* tanítványa.

Dicséretet kaptak: **Aczél Gergely,** a Pápai Református Kollégium Gimnáziumának 12. évf. tanulója, *Somosi István* tanítványa; **Iván Dávid,** a fonyódi Mátyás Király Gimnázium 12. évf. tanulója, *Németh László* tanítványa; **Karsa Anita,** a Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Gimnázium 12. évf. tanulója, *Horváth Gábor* tanítványa; **Szilágyi Zsombor,** az ELTE fizika BSc szakos hallgatója, aki a budapesti Karinthy Frigyes Gimnáziumban érettségizett *Szilágyi*

László tanítványaként; és **Wang Daqian,** a Fazekas Mihály Fővárosi Gyakorló Gimnázium 11. évf. tanulója, *Horváth Gábor* tanítványa.

*

2008. november 21-én zajlott le az ünnepélyes eredményhirdetés. Először a Versenybizottság elnöke ismertette az 50, valamint a 25 évvel korábbi Eötvös-verseny feladatait, majd bemutatta az akkori díjazottak közül megjelent egykori versenyzőket.

Kovács Béla villamosmérnök, informatikus, aki 1958-ban érettségizett Sárospatakon, ma is gyakori látogatója egykori iskolájának. Őt is, mint az utána megszólaló, 25 évvel fiatalabb nyerteseket ez a verseny indította el életpályájukon. *Árkossy Ottó* orvos, *Fodor Gyula* és *Frei Zsolt* fizikusok lettek. *Erdős László,* aki Árkossy Ottóval holtversenyben lett első, matematikus lett. Jelenleg Münchenben dolgozik, onnan küldött üdvözletét Honyek Gyula olvasta fel.

A 25 évvel ezelőtt díjazott versenyzők mind a KöMaL sikeres megoldói voltak, az akkori fotóikból készített tabló nagy tetszést aratott. Meghívást kaptak az ünnepélyes eredményhirdetésre a díjazott és dicséretet kapott diákok tanárai, az Eötvös Loránd Fizikai Társulat minden tisztségviselője, valamint az Eötvös-versenyek nyertesei. Sokan eljöttek, néhányan levelet írtak, melyben üdvözölték az idei nyerteseket.

A díjakat és okleveleket *Sólyom Jenő,* az Eötvös Loránd Fizikai Társulat elnöke adta át. A két első díjas megkapta a Társulat Eötvös-verseny érmét és egyéves előfizetést a Fizikai Szemlére. Ezen kívül az első díjasok 20-20 ezer Ft, a második díjasok 15-15 ezer Ft, a harmadik díjas versenyző 10 ezer Ft, a dicséretes versenyzők pedig 5-5 ezer Ft pénzjutalomban részesültek, és mind a tízen megkapták *Staar Gyula „Fizikusok az aranykorból”* c. könyvét.

A nyertes diákok megjelent tanárai a Vince és a Typotex kiadók által felajánlott könyvekből válogathattak.

A díjkiosztás után a Versenybizottság elnöke értékelte az idei versenyt, majd állófogadással egybekötött beszélgetésre invitálta a résztvevőket, megköszönve a *Matfund Alapítvány,* az *Indotek Zrt.,* a *Ramasoft Zrt.* és *Gutai László* (USA) anyagi támogatását, amely nélkül nem lehetett volna megrendezni ezt az ünnepélyes eredményhirdetést és meleg kézszorításon kívül nem lehetett volna mással honorálni a versenyzők és tanáraik szép teljesítményét.

Ehhez csatlakozik a Versenybizottság is. Bízzunk a lendület megmaradásában . . .