I. rész

1. Egy focicsapat 20 fős keretében 3 kapus, 6 hátvéd, 7 középpályás és 4 csatár van. Az egyik mérkőzésen 1 kapus, 4 hátvéd, 3 középpályás és 3 csatár fog szerepelni.

a) Hányféleképpen állíthatja ki az edző a kezdőcsapatot? (*6 pont*)

b) Az edző legalább 40 pontot szeretne elérni az első 15 összecsapáson.

Hányféleképpen történhet ez meg, ha nem számít a megszerzett pontok sorrendje? (A győzelemért 3, a döntetlenért 1, a vereségért 0 pont jár.) (*5 pont*)

2. Egy osztály félévi matematikajegyei a következőképpen alakultak:

osztályzat	1	2	3	4	5
gyakoriság	3	10	7	8	

a) Hányan kaptak jelest, ha tudjuk, hogy az osztályátlag 3,2 és 3,3 közé esik és az osztálylétszám páros? (*9 pont*)

b) Határozzuk meg az osztályzatok móduszát és mediánját. (*4 pont*)

3. Egy 36 fős osztály ötéves érettségi találkozóján 32-en jelentek meg. Az elmondottakból kiderült, hogy a három leggyakoribb nyári úti cél Erdély, a Zemplén és az Őrség volt. Erdélyben 18-an nyaraltak, az Őrségben 21-en, míg a Zemplént 17-en választották. 11-en voltak Erdélyben és az Őrségben, 9-en az Őrségben és a Zemplénben, míg 8-an Erdélyben és a Zemplénben. Ugyanannyian vannak azok, akik mindhárom helyen nyaraltak már, mint azok, akik a felsoroltak egyikén sem jártak.

a) Készítsünk Venn-diagrammot. (*9 pont*)

b) Mekkora a valószínűsége, hogy egy tanulót véletlenszerűen kiválasztva legalább két helyen nyaralt már a felsoroltak közül? (*4 pont*)

4. Adott az $ABCDE$ 10 cm oldalhosszúságú szabályos ötszög, és az A középpontú k kör, amely érinti a CD oldalt. Legyen a kör és DE metszéspontja F. Mekkora az EF távolság? (*14 pont*)

II. rész

5. Agyagból szeretnénk csonkakúp alakú bögrét készíteni. Az alapkör belső átmérője 6 cm, a fedőköré 9 cm, a bögre oldala a vízszintessel 80°-os szöget zár be.

a) Hány deciliter folyadék fér a bögrébe? (*6 pont*)

A fedőkör külső átmérője 9,3 cm, a bögre fala mindenütt azonos vastagságú, az alja 4 mm vastag, a fülét 1,5 cm átmérőjű 15 cm magas egyenes körhengerből készítik. Az agyag sűrűsége 2,3 g/cm^3.

b) Mennyi 10 000 bögre össztömege? (A tömeget kg-ban adjuk meg.) (*10 pont*)

6. *a*) Határozzuk meg p értékét úgy, hogy a $9x^2 + (p + 16)x + 2{,}4p + 1$ kifejezés teljes négyzet legyen. (*9 pont*)

b) Számoljuk ki a

$$\int_3^5 (9x^2 + 66x + 121)\, dx$$

kifejezés értékét. (*7 pont*)

7. Egy 15 millió lakosú országban egy cég vizsgálja a televízióműsorok nézettségét. 1500 háztartás tévékészülékeit szerelték fel egy olyan berendezéssel, amely mindig rögzíti, hogy ki, mikor, melyik csatorna adását nézte. Az így figyelt 3200 emberből – akik nem- és korbeli összetétele a valóságot tükrözi – tudják kiszámítani a nézettségi adatokat. A mintában szereplő 3200 fő kor és nem szerinti eloszlását az alábbi *táblázat* mutatja.

	0–17	18–27	28–38	39–49	50–65	66–
nők	540		240	220	290	110
férfiak	520		230	210	270	

a) Töltsük ki a táblázat hiányzó adatait, ha tudjuk, hogy a 65 évnél idősebb férfiak száma 375 000, és a vizsgált személyek között 100-zal több a nő, mint a férfi. (*6 pont*)

b) A szombat délelőtti gyerekműsort a minta 70 tagja nézte. Hány nézőt jelent ez országosan? (*2 pont*)

c) Ha ebben az időben 1,7 millióan tévéztek, akkor az éppen tévézők hány százaléka nézte a gyerekműsort? (*2 pont*)

d) Egy műsor nézettsége jó, ha az éppen akkor tévézők legalább 25%-a azt nézi. Egy péntek esti vetélkedőműsort 504-en néztek meg a mintából. Jó-e a műsor nézettsége, ha a lakosság 60%-a tévézett ekkor? (*6 pont*)

8. Legyen A halmaz a $\left]-\frac{9\pi}{4};2\pi\right]$, B halmaz pedig a $\left[\frac{\pi}{6};\frac{11\pi}{2}\right[$ intervallum. Adjuk meg a

$$(7\sin x-2)^2=(5\sin x-6)^2-4(\sin x+2)$$

egyenlet megoldásait az $A\backslash B$ és az $A\cap B$ halmazokon. *(16 pont)*

9. Oldjuk meg a következő egyenletet:

$$x+\log_{21}(3^x+1)=x\cdot\log_{21}7+\log_{21}756.$$

(16 pont)