Elméleti feladatok

1. Egy $2l$ hosszúságú, $2m$ tömegű igen hajlékony és nyújthatatlan kötél egyik végét ideálisnak tekinthető erőmérő eszközhöz kötjük, a másik végét pedig addig emeljük, amíg a kötél két vége lényegében ugyanarra a pontra kerül. Ekkor az erőmérő mg erőt jelez. Ezután a kötél szabad végét elengedjük. A légellenállás elhanyagolható.

a) Határozzuk meg a kötél szabad végének mozgását az idő függvényében (hely–idő függvényt kérünk)!

b) Határozzuk meg a kötél hajlatának mozgását az idő függvényében (hely–idő függvényt kérünk)!

c) Határozzuk meg és ábrázoljuk grafikusan a kötél mozgási energiáját az idő függvényében (grafikont kérünk)!

d) Határozzuk meg és ábrázoljuk grafikusan az erőmérő által jelzett erőt az idő függvényében!

e) Számítsuk ki az erőmérő által jelzett erő időátlagát!

f) Összesen mennyi hő szabadul fel, ha feltételezzük, hogy amikor az egész kötél eléri a függőleges egyenes helyzetét, akkor a kötél megáll, és állva is marad?

g) Határozzuk meg és ábrázoljuk grafikusan a kötél felmelegedésekor a hőteljesítményt az idő függvényében!

h) Számítsuk ki a hőteljesítmény-idő grafikon görbe alatti területét!

2. Ebben a feladatban a mágneses tér hatását vizsgáljuk áramjárta vezetőkre. Az áram leírásakor alkalmazzuk az úgynevezett Drude-modellt, ami a vezetési elektronokat úgy írja le, hogy azok egyenletes mozgást végeznek v_d (drift-) sebességgel.

I. RÉSZ:

a) R sugarú, kör keresztmetszetű rézdrótban I áram folyik. Mekkora a vezetési elektronok driftsebessége? ($R = 1$ mm, $I = 10$ A, a réz egy vegyértékűnek tekinthető, vagyis minden rézatom egy elektronnal járul hozzá a delokalizált vezetési elektronokhoz, a réz anyagsűrűsége: $\rho_{\text{anyag}} = 8920\ \text{kg/m}^3$, a réz moláris tömege: $M = 63{,}54$ g/mol, az elemi töltés: $q_e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ C, az Avogadro-szám: $N_A = 6{,}022 \cdot 10^{23}$ 1/mol.)

b) Az előző alkérdésben szereplő esetben az I áram következtében mekkora a mágneses indukció a vezetőn belül és kívül? (Feltehetjük, hogy az áramsűrűség mindenhol azonos. A vákuum mágneses permeábilitása: $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\ \dfrac{\text{Vs}}{\text{Am}}$, a réz relatív mágneses permeábilitását 1-nek tekinthetjük.)

c) Mekkora és milyen irányú erő hat a vezetési elektronokra az áram saját mágneses tere miatt?

d) Milyen elektrosztatikus töltéseloszlás alakul ki emiatt a vezetőben? (A vákuum dielektromos állandója: $\varepsilon_0 = \dfrac{1}{4\pi k}$, ahol $k = 8{,}99 \cdot 10^9\ \dfrac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2}$, a Coulomb-törvényben szereplő állandó.) Értékeld (kommentáld) numerikus eredményedet!

II. RÉSZ:

e) Ebben a részben a réz vezető alakja legyen hosszú, négyzetes hasáb. A négyzet oldaléle legyen a, az átfolyó áram értéke pedig ugyanúgy I, mint az előző részben. A vezetőre merőleges, az egyik oldallappal párhuzamos, B mágneses indukciójú teret kapcsolunk be. Mekkora felületi töltéssűrűség alakul ki ennek hatására a vezetőn? ($I = 10$ A, $a = 1$ cm, $B = 2$ T.)

III. RÉSZ:

f) A vezető legyen ugyanilyen réz anyagú, ugyanilyen R sugarú, hosszú, egyenes henger, amelyben ugyanekkora I áram folyik. A vezetőt hűtsük le a szupravezető átmeneti hőmérséklet alá, miközben gondoskodjunk arról, hogy az áram mindvégig ugyanakkora maradjon. A szupravezetők nevezetes tulajdonsága az, hogy belsejükben a mágneses tér nulla, áram tehát csak a felületükön folyhat. A felületi áramsűrűség exponenciális függvény szerint csökken a vezető belseje felé haladva, amit a λ behatolási mélység jellemez. Ez azt jelenti, hogy a kicsiny λ távolság után az áramsűrűség e-ed részére csökken ($e \approx 2{,}718$). A behatolási mélység az elektronok m tömegétől, a szupravezető elektronok n_s részecskeszám-sűrűségétől, és az abszolút, illetve a relatív mágneses permeábilitástól ($\mu_{\text{rel}}\mu_0$) függ. Tudjuk továbbá azt is, hogy a behatolási mélység fordítottan arányos az elektronok q_e töltésével. Dimenzióanalízis segítségével adjuk meg a behatolási mélység matematikai alakját, feltételezve, hogy a formulában a számfaktor értéke 1!

g) Fejezd ki az áramsűrűséget közvetlenül a szupravezető drót felületén I, R és λ függvényében paraméteresen (nem számszerűen)!

IV. RÉSZ:

h) Legyen az előzőekkel megegyező anyagú, hosszú szupravezető ($a \times b$) felületű téglalap keresztmetszetű hasáb, ahol $a \ll b$, továbbá a szélesebb oldal mentén, középtájon, vagyis nem közvetlenül a lemez szélein, a felületen az áramsűrűség legyen $\boldsymbol{j}_0$. Kapcsoljunk be egy kicsiny $\boldsymbol{B}$ mágneses indukciójú teret, amely merőleges a vezetőre és párhuzamos a szélesebb oldallal. A mágneses tér olyan kicsiny, hogy nem szünteti meg a szupravezető viselkedést. Hogyan változik meg a szupravezetőben a szélesebb oldal közepén a felületen az áramsűrűség értéke a mágneses tér következtében? Válaszodat paraméteresen fejezd ki!

3. Etűdök adiabatikus invariánsra

Adiabatikus invariáns. Ebben a feladatcsokorban olyan egydimenziós mechanikai rendszereket vizsgálunk, melyek tartalmaznak egy paramétert is. Ilyen rendszerekben sokszor igen érdekes aszimptotikus jelenség figyelhető meg: a paraméter *lassú* változtatása mellett két eredetileg egymástól független mennyiség egymás függvényévé válik, és úgy viselkednek, mintha valami különös megmaradási törvényt elégítenének ki. Ezeket a lassú paraméterváltozás mellett megmaradó mennyiségeket *adiabatikus invariánsoknak* nevezzük.

Fázistér. A mechanikában *fázistérnek* nevezzük azt az absztrakt koordinátarendszert, melynek tengelyein az úgynevezett *általános koordinátákat* és *általános impluzusokat* ábrázoljuk. A következő problémákban a fázistér kétdimenziós. Lineáris mozgás esetén az általános koordináta egy referenciaponttól számított elmozdulás, míg az általános impulzus a lendület. Körmozgás esetén az általános koordináta egy referenciaponttól számított szögelfordulás, míg az általános impulzus a perdület.

Falak közt pattogó labda. Ebben a feladatban a gravitáció hatásától eltekintünk.

Az m tömegű pontszerű test két, kezdetben rögzített, egymástól h_0 távolsgára levő rugalmas fal között „pattog”. A test egydimenziós mozgást végez, és mindig tökéletesen rugalmasan ütközik a falakkal, tehát sebességének v_0 nagysága nem változik. Ekkor **lassan** elkezdjük változtatni a falak h távolságát.

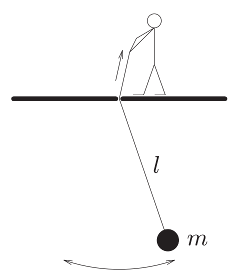
a) Változik-e, és ha igen, hogyan a test $v(h)$ sebessége a falak h távolságának függvényében?

b) Ábrázoljuk a falak különböző pillanatnyi helyzetei esetén a mozgást a fázistérben! Találunk-e valamilyen geometriai invariánst (megmaradó mennyiséget) a fázistérben?

c) Adjuk meg a kapcsolatot a falak h távolsága és a pattogó labda által a falakra kifejtett F átlagos erő között!

d) Az eddig megoldott problémák alapján próbáljuk meg „levezetni” az egyatomos ideális gáz adiabatájának állapotegyenletét! Tekintsünk N darab m tömegű rugalmas, pontszerű részecskét, melyek A alapterületű, h magasságú hengerben mozognak, ahol a h magasság egy dugattyú segítségével lassan változtatható. Határozzuk meg a henger $V = Ah$ térfogata és a részecskék által keltett átlagos p nyomás között a kapcsolatot! (Tegyük föl, hogy a gyakori ütközések következtében a részecskék izotróp módon mozognak.)

Változó hosszúságú inga. Tekintsük az l hosszúságú, m tömegű matematikai ingát, mely $\Phi \ll 1$ rad maximális szögkitéréssal csillapítatlanul leng.



a) Adjuk meg az inga kötelét feszítő erő $\bar{K}$ időátlagát!

Ezután **lassan** elkezdjük változtatni az inga l hosszát.

b) Változik-e, és ha igen, hogyan a lengés $\Phi(l)$ maximális szögkitérése az inga l hosszának függvényében? (Tegyük föl, hogy mindvégig $\Phi \ll 1$.) *Útmutatás:* Írjuk föl az ingára a munkatételt, miközben az inga hosszát Δl-lel megváltoztatjuk. A kötélerő munkájának számolásakor használjuk az előző pontban kiszámolt időátlagot.

c) Ábrázoljuk a mozgást különböző ingahosszak esetén a fázistérben, tehát a szögkitérés–impulzusmomentum koordinátarendszerben! Találunk-e valamilyen geometriai invariánst (megmaradó mennyiséget) a fázistérben?

Mágneses térben keringő töltés. Tekintsük az m tömegű, q töltésű pontszerű testet, mely B nagyságú, homogénnek tekinthető mágneses térben R sugarú körpályán egyenletes körmozgást végez. A mozgás nem relativisztikus.

a) Adjuk meg a körmozgás ω szögsebességét!

Ekkor *lassan* elkezdjük változtatni a B mágneses teret. (A tér mindvégig közel homogén marad, és iránya nem, csak nagysága változik.)

b) Változik-e, és ha igen, hogyan a keringés $R(B)$ sugara a mágneses tér függvényében? Találunk-e valamilyen invariánst (megmaradó mennyiséget)? (*Útmutatás:* Határozzuk meg, hogy változó mágneses tér esetén mennyivel változik a töltés kinetikus energiája egyetlen „kör” megtétele során.)

Kísérleti forduló

Fényszórás vizsgálata kolloid oldatban

Eszközök:

lézer tartóval;

üveghenger;

detektor (kapcsolási rajz alább): elektromos kapcsolás + voltmérő;

zseblámpaizzó, változtatható feszültségű adapterrel (az izzó üzemi feszültsége 3 V, néhány esetben ettől eltérően, a beállított értéken használja az adaptert!);

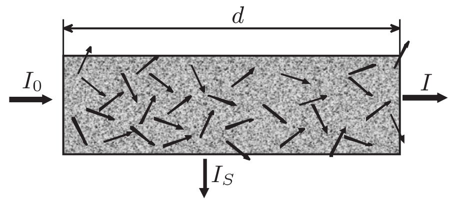
mm-papír, mm-papír csíkok;

állvány, kémcsőfogó;

kolloid oldat egy főzőpohárban;
orvosi fecskendő.

Általános ismeretek

Amikor fény halad át valamely közegen, akkor a kilépő I fényintenzitás többnyire kisebb, mint a belépő I_0. A csökkenés alapvetően két folyamat, az abszorpció és a szórás következménye. További fényveszteséget okoz a határfelületeken fellépő reflexiós veszteség, amely független a réteg vastagságától.



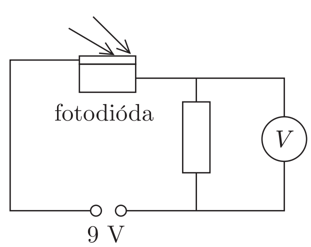
A folyamat mikroszkopikus magyarázata: A fény elektromos mezője mozgásba hozza a részecskéket (kényszerrezgés jön létre). A kényszerrezgés fázisa a beeső hullám fázisától különbözik, ez okozza a fény közegbeli, illetve vákuumbeli sebességének különbözőségét.

a) Ha a beeső hullám frekvenciája megegyezik – vagy legalábbis közel esik – a részecskék sajátfrekvenciájához, akkor rezonancia jön létre, majd az elnyelődő energia egy részét a tér minden irányába, általában kisebb energiájú sugárzással bocsátja ki a részecske. Ez a folyamat a vizsgált közegünkben elhanyagolható.

b) A fényszórás a részecskék sajátfrekvenciájától eltérő frekvenciákon történik. A szórt fény frekvenciája megegyezik a beeső fény frekvenciájával, iránya véletlenszerű, emiatt az eredeti irányban áthaladó fény intenzitása csökken. A vizsgálandó kolloid oldatunkban ez lesz a meghatározó oka a fény gyengülésének. Ha a közegre oldalról nézünk rá, látjuk is a szórt fényt. A fény hullámhosszához képest kis méretű részecskéken történő szórás esetén azt tapasztaljuk, hogy a hosszú hullámokat kevéssé hatásosan szórják, mint a rövid hullámokat. A probléma matematikai vizsgálatát *Rayleigh* végezte el elsőként, ezért ezt a típusú szórást Rayleigh-féle fényszórásnak is nevezik. Ez a folyamat felelős az ég kék és a nap sárgás színéért. Ha a szórás a fény hullámhosszánál nagyobb részecskéken történik, akkor Mie-féle szórásról beszélünk. Ebben az esetben a szórt fény intenzitása nem, vagy igen kis mértékben függ csak a hullámhossztól. Emiatt látjuk a felhőket fehér, vagy szürke színűnek.

Fényintenzitás mérése

A fényintenzitást a következő mérőeszközzel mérjük relatív egységekben: A fotodiódára záró irányú feszültséget kapcsolunk, mely a megvilágítás hatására vezetővé válik, ekkor az ellenálláson áram folyik. Voltmérővel mérjük az ellenálláson eső feszültséget.



Mérési feladatok:

1. A zseblámpaizzó segítségével mérje ki a feszültség változását az izzószál és a fotodióda távolságának függvényében! Ábrázolja grafikusan a feszültség–pozíció függvényt! Alkalmas transzformáció segítségével linearizálja a feszültség–pozíció függvényt! Állapítsa meg, hogy a feszültség mely tartományában függ lineárisan a fényintenzitástól! (A zseblámpaizzót pontszerű fényforrással közelítjük.) Egyes tartományokban ez a függvény eltérhet a lineáristól. Mi lehet ennek az oka?

Tanulmányozza a kolloid oldatban történő fényszórást! Mérje meg az üveghengerbe töltött folyadékon áthaladó lézerfény intenzitását az oldat vastagságának függvényében!

Megjegyzések: A fotodióda gondos elhelyezésével elérhető, hogy a fényfolt a fotodióda fényérzékeny részére essen. A lézerből kilépő fényt párhuzamos nyalábnak tekintjük. A belépő és kilépő felületeken fellépő reflexiós veszteségek hatását úgy lehet figyelembe venni, hogy referenciának egy kb. 5 mm-es folyadékoszlopnál mért intenzitást választunk.

2. Ábrázolja grafikonon a mért adatokat! Állapítson meg kvantitatív összefüggést az áthaladó lézerfény intenzitása és az oldat vastagsága között! Adjon meg olyan mennyiséget, amely jellemzi a fény gyengülését!

3. Az egyik asztalon talál néhány edényt, melyekben különböző kolloid oldatok vannak. Mindegyikbe világítson bele a lézerrel és az izzólámpával. Írja le megfigyeléseit! Ezt a feladatot a versenyzők egymás után fogják elvégezni! Az oldatokat vigye a saját asztalához és ott végezzen megfigyeléseket! Ha elkészült a munkával kérjük vigye vissza az oldatokat!!!

Az elvégzett méréseiről és a levont következtetésekről készítsen mérési jegyzőkönyvet, mely tartalmazza a mért adatokat, és a mért adatokból a következtetésekig vezető gondolatmenetét!