

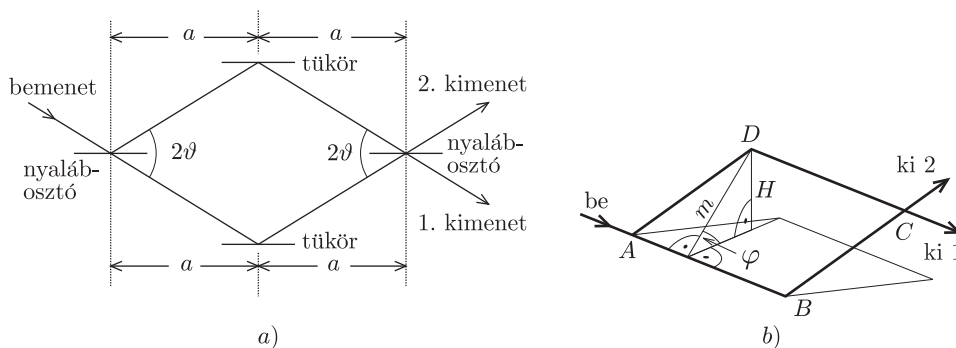
Az elméleti feladatok megoldása¹

1. feladat. A gravitáció hatása egy neutroninterferométerben

Geometriai elrendezés

1.1. Az *1.a. ábráról* leolvasható, hogy az interferáló nyalábok által határolt rombusz átlói $2a$, illetve $2a \operatorname{tg} \vartheta$ hosszúságúak, így a keresett terület $A = 2a^2 \operatorname{tg} \vartheta$.

1.2. A 2ϑ szögű rombusz magassága $m = \frac{a}{\cos \vartheta} \sin(2\vartheta) = 2a \sin \vartheta$, tehát a keresett távolság: $H = m \sin \varphi = 2a \sin \vartheta \sin \varphi$ (*1.b. ábra*).



1. ábra

Optikai úthossz

1.3. A Föld nehézségi erőterében mozgó neutron gravitációs potenciális energiája növekszik, ha a neutron a vízszinteshez képest magasabb helyre kerül. Ennek következtében mozgási energiája, s vele együtt az impulzusa csökken, a hullámhossza tehát megnő. A feladatban közölt adatok szerint az interferáló neutronok tipikus hullámhossza $\lambda \approx 10^{-10}$ m nagyságrendű, ez azt jelenti, hogy sebességük

$$v = \frac{h}{\lambda M} \approx 4 \cdot 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}},$$

ami jóval kisebb, mint a fénysebesség, tehát nem kell relativisztikus hatásokkal számolnunk.

Az *1.b. ábráról* látható, hogy az AD , illetve BC ferde szakaszok egymás vízszintes eltoltsai, tehát az optikai úthosszkülönbségbe csak az $L = \frac{a}{\cos \vartheta}$ hosszúságú vízszintes szakaszok adnak járulékot:

$$\Delta N_{\text{opt}} = \frac{L}{\lambda_0} - \frac{L}{\lambda_1} = \frac{a}{\lambda_0 \cos \vartheta} \left(1 - \frac{\lambda_0}{\lambda_1} \right),$$

ahol λ_0 , illetve λ_1 az AB , illetve CD szakaszon mérhető hullámhosszt jelöli.

A neutronok impulzusa $\frac{h}{\lambda}$, így az energiamegmaradás törvénye szerint

$$\frac{1}{2M} \left(\frac{h}{\lambda_0} \right)^2 = \frac{1}{2M} \left(\frac{h}{\lambda_1} \right)^2 + M g H,$$

ahonnan

$$\frac{\lambda_0}{\lambda_1} = \sqrt{1 - 2 \frac{g M^2}{h^2} \lambda_0^2 H} \approx 1 - \frac{g M^2}{h^2} \lambda_0^2 H.$$

(A legutolsó közelítésnél felhasználtuk, hogy $\frac{g M^2}{h^2} \lambda_0^2 H \approx 10^{-7} \ll 1$.)

Így az optikai úthosszkülönbségre azt kapjuk, hogy

$$\Delta N_{\text{opt}} = \frac{a}{\lambda_0 \cos \vartheta} \frac{g M^2}{h^2} \lambda_0^2 H = 2 \frac{g M^2}{h^2} a^2 \lambda_0 \operatorname{tg} \vartheta \sin \varphi.$$

1.4. A fenti eredmény az **1.2.** pontban kiszámolt A terület és a V térfogat segítségével az

$$\Delta N_{\text{opt}} = \frac{\lambda_0 A}{V} \sin \varphi \quad \text{alakban írható, ahol } V = 1,597 \cdot 10^{-14} \text{ m}^3.$$

¹A feladatok szövegét múlt havi számunkban közöltük.

1.5. Intenzitásmaximum esetén az optikai úthosszak különbsége egész szám, $\Delta N_{\text{opt}} = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, míg intenzitásminimum esetén félegész, $\Delta N_{\text{opt}} = \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{3}{2}, \pm \frac{5}{2}, \dots$, így a ciklusok keresett n száma:

$$n = \Delta N_{\text{opt}} \Big|_{\phi=-90^\circ}^{90^\circ} = \frac{2\lambda_0 A}{V}.$$

Kísérleti adatok

1.6. A megadott $a = 3,6$ cm és $\vartheta = 22,1^\circ$ értékek mellett az interferométer területe $A = 10,53$ cm², így a keresett hullámhossz:

$$\lambda_0 = \frac{nV}{2A} = \frac{19 \cdot 1,597 \cdot 10^{-14}}{2 \cdot 1,053 \cdot 10^{-3}} \text{ m} = 0,1441 \text{ nm} = 1,441 \cdot 10^{-10} \text{ m}.$$

1.7. Ugyancsak az **1.5.** pontban levezetett képlet alapján $n = 30$ és $\lambda_0 = 0,2$ nm mellett a terület:

$$A = \frac{nV}{2\lambda_0} = \frac{30 \cdot 1,597 \cdot 10^{-14}}{2 \cdot 2 \cdot 10^{-10}} \text{ m} = 11,98 \text{ cm}^2.$$

2. feladat. Mozgó rúd megfigyelése

Alapvető összefüggések

2.1. A lyukkamerával készített képen az \tilde{x} helyen látható rúddarabkát kirajzoló fény $T = \frac{\sqrt{D^2 + \tilde{x}^2}}{c}$ idővel korábban indult, mint a felvétel készítésének időpontja. Ennyi idő alatt a rúd vT távolságot tesz meg, tehát a felvétel készítésekor a rúd valódi helyzete: $x = \tilde{x} + \beta\sqrt{D^2 + \tilde{x}^2}$.

2.2. A fenti egyenletből \tilde{x} így fejezhető ki: $\tilde{x} = \gamma^2 x - \beta\gamma\sqrt{D^2 + (\gamma x)^2}$.

A rúd látszólagos hossza

2.3. A Lorentz-kontrakciónak megfelelően a mozgó rúd hossza L/γ , így a mozgó rúd két végének valódi helyzete:

$$x_{\pm} = x_0 \pm \frac{L}{2\gamma},$$

ahol a pozitív jel a rúd elejének, a negatív pedig a végének felel meg.

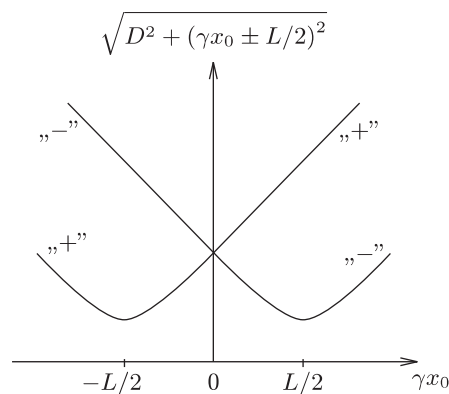
A lyukkamera képe a rúd két végét a

$$\tilde{x}_{\pm} = \gamma \left(\gamma x_0 \pm \frac{L}{2} \right) - \beta\gamma\sqrt{D^2 + \left(\gamma x_0 \pm \frac{L}{2} \right)^2}$$

helyeken mutatja. Így a rúd $\tilde{L} = \tilde{x}_+ - \tilde{x}_-$ látszólagos hossza

$$\tilde{L} = \gamma L + \beta\gamma\sqrt{D^2 + \left(\gamma x_0 - \frac{L}{2} \right)^2} - \beta\gamma\sqrt{D^2 + \left(\gamma x_0 + \frac{L}{2} \right)^2}.$$

2.4. Mivel a rúd állandó v sebességgel mozog, azaz $\frac{dx_0}{dt} = v$, így a rúd látszólagos hosszára vonatkozó kérdés azt jelenti, hogy az \tilde{L} mennyiség növekszik vagy csökken, ha x_0 növekszik. A rúd látszólagos hosszát mutató kifejezésben szereplő két négyzetgyökös tagot a **2. ábra** mutatja vázlatosan.



2. ábra

A „-”-os és a „+”-os négyzetgyökös kifejezések különbségéről világosan látszik, hogy ez a különbség folyamatosan csökken, miközben x_0 növekszik. Tehát az \tilde{L} látszólagos hossz az idő függvényében folyamatosan csökken.

Szimmetrikus kép

2.5. Szimmetria okokból a rúd látszólagos hossza a szimmetrikus képen megegyezik a rúdnak a lyukkamera koordináta-rendszerében mért „valódi” hosszával, mert a rúd két végéről egyszerre elinduló fény egyszerre ér a lyukkamerába. Ennek megfelelően $\tilde{L} = L/\gamma$ (ami természetesen különbözik a rúd nyugalmi rendszerében észlelt L hosszától).

2.6. Ebben az esetben a rúd végpontjainak látszólagos helyzetére érvényes az $\tilde{x}_- = -\tilde{x}_+$ összefüggés, amit így is kifejezhetünk:

$$0 = \tilde{x}_+ + \tilde{x}_- = 2\gamma^2 x_0 - \beta\gamma\sqrt{D^2 + \left(\gamma x_0 + \frac{L}{2}\right)^2} - \beta\gamma\sqrt{D^2 + \left(\gamma x_0 - \frac{L}{2}\right)^2}.$$

Hasonlítsuk össze ezt a kifejezést a szimmetrikus helyzetű rúd hosszával:

$$\frac{L}{\gamma} = \tilde{x}_+ - \tilde{x}_- = \gamma L - \beta\gamma\sqrt{D^2 + \left(\gamma x_0 + \frac{L}{2}\right)^2} + \beta\gamma\sqrt{D^2 + \left(\gamma x_0 - \frac{L}{2}\right)^2}.$$

Észrevehetjük, hogy a négyzetgyökös tagok kifejezhetők:

$$\sqrt{D^2 + \left(\gamma x_0 \pm \frac{L}{2}\right)^2} = \frac{2\gamma^2 x_0 \pm \left(\gamma L - \frac{L}{\gamma}\right)}{2\beta\gamma} = \frac{\gamma x_0}{\beta} \pm \frac{\beta L}{2}.$$

Akár a „+”, akár a „-” előjelű változatot választjuk, ugyanarra az eredményre jutunk:

$$x_0 = \beta\sqrt{D^2 + \left(\frac{L}{2\gamma}\right)^2}.$$

2.7. A szimmetrikus képen a rúd középpontjának látszólagos helyzetét a **2.2.** alkérdésre adott válasz alapján számíthatjuk ki:

$$\tilde{x}_0 = \gamma^2 x_0 - \beta\gamma\sqrt{D^2 + (\gamma x_0)^2} = \beta\gamma\left(\sqrt{(\gamma D)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2} - \sqrt{(\gamma D)^2 + \left(\frac{\beta L}{2}\right)^2}\right).$$

A középpont a rúd elejének képétől $l = \tilde{x}_+ - \tilde{x}_0 = \frac{L}{2\gamma} - \tilde{x}_0$ távolságra van, amiből

$$l = \frac{L}{2\gamma} - \beta\gamma\sqrt{(\gamma D)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2} + \beta\gamma\sqrt{(\gamma D)^2 + \left(\frac{\beta L}{2}\right)^2},$$

ami így is felírható:

$$l = \frac{L}{2\gamma} \left(1 - \frac{\frac{\beta L}{2}}{\sqrt{(\gamma D)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2} + \sqrt{(\gamma D)^2 + \left(\frac{\beta L}{2}\right)^2}}\right).$$

Nagyon korai és nagyon késői képek

2.8. A nagyon korai képek x_0 nagyon nagy negatív értékeihez tartoznak, így a nagyon korai képeken a rúd látszólagos hossza:

$$\tilde{L}_{\text{korai}} = \tilde{L}(x_0 \rightarrow -\infty) = (1 + \beta)\gamma L = \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}} L.$$

Ugyanígy a nagyon késői képek x_0 nagyon nagy pozitív értékeihez tartoznak, így a nagyon késői képeken a rúd látszólagos hossza:

$$\tilde{L}_{\text{késői}} = \tilde{L}(x_0 \rightarrow +\infty) = (1 - \beta)\gamma L = \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}} L.$$

A kifejezésekből következik, hogy $\tilde{L}_{\text{korai}} > \tilde{L}_{\text{késői}}$, tehát a 3 méteres látszólagos kép korai, míg az 1 méteres késői kép.

Megjegyzés. Az utolsó három részfeladat a múlt havi számunkból tévedésből kimaradt; ezek kérdéseit most pótoljuk. (A szerk.)

2.9. (1 pont) Határozd meg a rúd v sebességét!

Az előző kifejezésekből a $\beta = \frac{v}{c}$ arány kifejezhető:

$$\beta = \frac{\tilde{L}_{\text{korai}} - \tilde{L}_{\text{késői}}}{\tilde{L}_{\text{korai}} + \tilde{L}_{\text{késői}}},$$

vagyis $\beta = \frac{1}{2}$, tehát $v = \frac{c}{2}$.

2.10. (0,6 pont) Határozd meg a nyugvó rúd L hosszát!

A sebességarányhoz hasonlóan határozható meg γ is:

$$\gamma = \frac{\tilde{L}_{\text{korai}} + \tilde{L}_{\text{késői}}}{2\sqrt{\tilde{L}_{\text{korai}} \cdot \tilde{L}_{\text{késői}}}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = 1,155.$$

Ezzel kifejezhető a nyugvó rúd hossza: $L = \sqrt{\tilde{L}_{\text{korai}} \cdot \tilde{L}_{\text{késői}}} = 1,73$ m.

2.11. (0,4 pont) Számold ki a szimmetrikus képen látható rúd látszólagos hosszát!

A **2.5.** alkérdésnek megfelelően a rúd látszólagos hossza a szimmetrikus képen:

$$\tilde{L} = \frac{2\tilde{L}_{\text{korai}} \cdot \tilde{L}_{\text{késői}}}{\tilde{L}_{\text{korai}} + \tilde{L}_{\text{késői}}} = 1,5 \text{ m.}$$

3. feladat.

Digitális kamera

3.1. A digitális kamerák felbontóképességét két tényező korlátozza: a nyílás fényszórása (diffrakciója) és a pixelek mérete. A diffrakció miatti Θ_R szögfelbontást a fény λ hullámhosszának és a kameranyílás átmérőjének aránya határozza meg:

$$\Theta_R = 1,22 \frac{\lambda}{D},$$

ahol az 1,22-es tényező a kameranyílás kör alakjának a következménye. Mivel a legtöbb gyakorlati esetben a tárgy eléggé messze van a kamerától, így a kép a kamera fókuszsíkában keletkezik, tehát akkor különböztethetünk meg egymástól két képpontot, ha a közöttük lévő távolság nagyobb, mint

$$\Delta x = f \cdot \Theta_R = 1,22 \cdot \lambda \cdot F\#,$$

melynek számszerű értéke: $\Delta x = 1,22 \mu\text{m}$. Becsléskor a lehető legnagyobb nyílást (tehát a lehető legkisebb, vagyis $F\# = 2$ -es numerikus apertúra értéket) választottuk, valamint a megadott $\lambda = 500$ nm-es tipikus hullámhosszat használtuk.

3.2. A digitális felbontóképességet a szomszédos pixelek középpontja közötti l távolság adja meg. Az 5 Mpix-es kameránk esetén ez a távolság közelítőleg:

$$l = \frac{L}{\sqrt{N_p}} = 15,65 \mu\text{m}.$$

Ideális esetben az optikai és a digitális felbontóképesség összhangban van egymással. Ha a sokkal jobb optikai felbontóképességet várjuk el a digitális felbontástól is, akkor a szükséges pixelszám:

$$N = \left(\frac{L}{\Delta x} \right)^2 \approx 823 \text{ Mpix}.$$

3.3. Az optika akkor nem befolyásolja a felbontóképességet, ha $l \geq \Delta x$. Ehhez olyan $F\# \leq F_0$ értéket kell választanunk, ahol

$$F_0 = \frac{L}{1,22 \cdot \lambda \cdot \sqrt{N_0}} = 2\sqrt{\frac{N}{N_0}} = 14,34.$$

Mivel a kamerákon ilyen $F\#$ érték beállítása nem lehetséges, ezért azt a hozzá legközelebbi numerikus apertúrát kell választanunk, ami *jobb* felbontóképességet ad, vagyis $F_0 = 11$.

3.4. Ha a szemünktől z távolságra lévő képet nézzük, két szomszédos képpont közötti (kicsiny) látószög így adható meg: $\varphi = \frac{l}{z}$, ahol l a szomszédos képpontok közötti távolság. Mivel az emberi szem szög szerinti felbontóképessége kb. $2'$ (azaz 2 szögperc²), a kérdéses távolság:

$$z = \frac{l}{\varphi} = \frac{2,54 \cdot 10^{-2} \text{ m}}{2 \cdot 2,91 \cdot 10^{-4} \cdot 300} = 14,55 \text{ cm} \approx 15 \text{ cm}.$$

²Múlt havi számunkban szögperc helyett tévesen szögmásodperc szerepelt.

Keménytojás

3.5. Az egész tojásnak el kell érnie a kicsapódási hőmérsékletet. Ez azt jelenti, hogy a tojás hőmérsékletének növekedése:

$$\Delta T = T_c - T_0 = 65^\circ\text{C} - 4^\circ\text{C} = 61^\circ\text{C}.$$

Így a tojás teljes kicsapódásához szükséges minimális energia: $U = \mu V c \Delta T$, ahol $V = 4\pi R^3/3$ a tojás térfogata. A kicsapódáshoz szükséges minimális energia számértéke:

$$U = \mu \frac{4\pi R^3}{3} c(T_c - T_0) = 16\,800 \text{ J}.$$

3.6. Durva becslésként felhasználhatjuk a hővezetés egyszerűsített Fourier-törvényét, és így közelítőleg kiszámíthatjuk a kezdeti J hőáramsűrűséget. Feltehetjük, hogy a tojás közepében a hőmérséklet megegyezik a tojás kezdeti $T_0 = 4^\circ\text{C}$ -os hőmérsékletével, továbbá a tojást jellemző tipikus hossz $\Delta r = R$ a tojás sugara, illetve az ennek megfelelő hőmérsékletkülönbség $\Delta T = T_1 - T_0$, ahol $T_1 = 100^\circ\text{C}$ a víz forráspontja. Így

$$J = \frac{\kappa(T_1 - T_0)}{R} = 2460 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}.$$

3.7. A fenti hőáram segítségével becslést adhatunk a forró vízből a tojás felszínén át a tojásba áramló hőteljesítmény nagyságára:

$$P = 4\pi R^2 J = 4\pi \kappa R(T_1 - T_0) \approx 19 \text{ W}.$$

3.8. A hőteljesítmény megadja a tojásba behatoló hő mennyiségét másodpercenként. Ezzel és a kicsapódáshoz szükséges energiával közelítő becslést adhatunk a keménytojás τ főzési idejére:

$$\tau = \frac{U}{P} = \frac{\mu c R^2}{3\kappa} \cdot \frac{T_c - T_0}{T_1 - T_0} \approx 880 \text{ s} \approx 15 \text{ perc}.$$

Villámlás

3.9. A villám Q töltését az áramerősség-idő függvény görbe alatti területe (esetünkben egy háromszög területe) adja meg:

$$Q = \frac{I_0 \tau}{2} = 5 \text{ C}.$$

3.10. Az átlagos áram a töltés és az idő hányadosa, a lineáris áramerősség-idő függvény miatt egyszerűen a maximális áramérték fele:

$$I = \frac{Q}{\tau} = \frac{I_{\max}}{2} = 50 \text{ kA}.$$

3.11. Mivel a felhő alja negatív töltésű, így a talaj pozitív töltésű, ezért a villámláskor megvalósuló helyzetet lényegében egy gigantikus síkkondenzátorral közelíthetjük. Így a villámcsapás előtti pillanatban a felhalmozódott energia $QE_0 h/2 = 7,5 \cdot 10^8 \text{ J}$, ahol $E_0 h$ a felhő alja és a talaj közötti feszültség. Villámláskor közelítőleg ekkora, 750 MJ-nyi energia szabadul fel. Ezek után már könnyen kiszámíthatjuk, hogy a Föld egy évi összes villámjának energiája, amit (gondolatban) szétoztunk a Föld teljes népessége között, mennyi ideig tudna emberenként egy-egy 100 W-os izzólámpát működtetni:

$$t = \frac{32 \cdot 10^6}{6,5 \cdot 10^9} \cdot \frac{7,5 \cdot 10^8 \text{ J}}{100 \text{ W}} \approx 10 \text{ h}.$$

Hajszálerek

3.12. A Poisseuille-féle törvényt átrendezve megkaphatjuk az *összes* hajszálér által képviselt R_Σ eredő áramlási ellenállást:

$$R_\Sigma = \frac{\Delta p}{D} = 10^7 \frac{\text{Pa s}}{\text{m}^3}.$$

Mint ahogy a hajszálerek „párhuzamosan vannak kapcsolva”, az elektromos analógiát használva

$$\frac{1}{R_\Sigma} = \frac{N}{R}, \quad \text{ahol} \quad R = \frac{8\eta L}{\pi r^4} \approx 4,5 \cdot 10^{16} \frac{\text{kg}}{\text{m}^4 \text{ s}}$$

egyetlen hajszálér áramlási ellenállása. Innen a hajszálerek száma:

$$N = \frac{R}{R_\Sigma} \approx 4,5 \cdot 10^9.$$

3.13. A térfogati „vérhozamot” (D) kifejezhetjük a vér v áramlási sebességével, valamint az erek $r^2 \pi$ keresztmetszetével:

$$D = v N r^2 \pi, \quad \text{ahonnan} \quad v = \frac{D}{N r^2 \pi} = 0,44 \frac{\text{mm}}{\text{s}}.$$

3.14. A $pV = NkT$ ideális gázegyenletnek és az adiabatikus folyamatokat jellemző $pV^\gamma = \text{állandó}$ összefüggésnek a kombinálásából adódik, hogy adiabatikus folyamat esetén $p^{\gamma-1} = KT^\gamma$, ahol K a gázra jellemző konstans. Ha a nyomás kis dp -vel megváltozik, akkor az egyenlet bal oldala $(\gamma - 1)p^{\gamma-2} dp$ -vel változik meg, és hasonlóan kis dT hőmérsékletváltozás esetén a jobb oldal $K\gamma T^{\gamma-1} dT$ -vel változik meg. E két változás azonban megegyezik, tehát

$$(\gamma - 1)p^{\gamma-2} dp = K\gamma T^{\gamma-1} dT.$$

A fenti két egyenletet elosztva egymással megkapjuk a keresett összefüggést:

$$\frac{dT}{T} = \left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{dp}{p} = \frac{2}{7} \frac{dp}{p}.$$

Ugyanezt az eredményt úgy is megkaphatjuk, hogy képezzük a $pV = NkT$ egyenlet mindkét oldalának kicsiny megváltozását: $p dV + V dp = Nk dT$, valamint felírjuk az adiabatikus állapotváltozásra vonatkozó

$$dE + p dV = \frac{5}{2} Nk dT + p dV = 0$$

egyenletet (kihasználva, hogy a nitrogénmolekulák szabadsági foka 5). A fenti három egyenletből V és dV kiküszöbölése után

$$\frac{dT}{T} = \frac{2}{7} \frac{dp}{p}.$$

adódik.

3.15. Az A vízszintes felületű, z magasságban levő, dz vastagságú levegőrétegre ható nehézségi erővel a felső és alsó lapra ható nyomás különbségéből származó erő tart egyensúlyt. Az $A dz$ térfogatban levő részecskék száma a gáztörvény alapján $N = \frac{pA dz}{kT}$, tehát a gázra ható nehézségi erő $Nmg = \frac{pA dz}{kT} mg$, ahol m egyetlen részecske tömege. A $dp = p(z + dz) - p(z)$ nyomáskülönbségből származó erő pedig $A dp$, tehát

$$\frac{pA dz}{kT} mg = -A dp, \quad \text{ahonnan} \quad dp = -\frac{mgp}{kT} dz.$$

(A negatív előjel arra utal, hogy a nyomás a magasság növekedésével csökken.)

3.16. Az előző két pontban levezetett összefüggések alapján a hőmérsékletváltozás és a magasságváltozás között a kapcsolat:

$$dT = -\left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{mg}{k} dz = -\frac{2mg}{7k} dz.$$

Látható, hogy a hőmérséklet a magassággal egyenes arányban csökken, így a keresett hőmérsékletet:

$$T_{\text{fent}} = T_{\text{lent}} - \frac{2mgH}{7k} = 20,6 \text{ }^\circ\text{C}.$$

(Felhasználtuk, hogy $T_{\text{lent}} = 30 \text{ }^\circ\text{C}$, és $H = 1000 \text{ m}$.)

A mérési feladat³

A versenyzőknek *négy* különböző hullámtani jelenséget kellett vizsgálni mikrohullámok segítségével. Minden versenyző kapott egy-egy mikrohullámú adó- és vevőkészülékkel, árammérő műszert, melyet a vevő egységhez csatlakoztatva a hullám amplitudóját lehetett mérni, szög- és távolságmérő eszközöket, valamint egyszerű „optikai” berendezéseket.

A mikrohullámú sugárzás tartományában működő optikai eszközök első ránézésre igen furcsák. A lencsék, párhuzamos lemezek, nyalábosztók, prizmák a normál fényt át nem eresztő műanyagból, illetve viaszból készültek. Az interferencia tanulmányozására használt „vékonyréteg” néhány centiméteres vastagságú hasáb volt, és a Bragg-reflexió vizsgálatához a versenyzők mintegy 20 cm oldalélű fekete dobozt kaptak, melyben egymástól 4–5 cm távolságban elhelyezett fémrudak alkották a rácsot. E szokatlan méreteket könnyen megértetjük, ha figyelembe vesszük, hogy a mérésben használt mikrohullámú sugárzás hullámhossza körülbelül 3 cm volt.

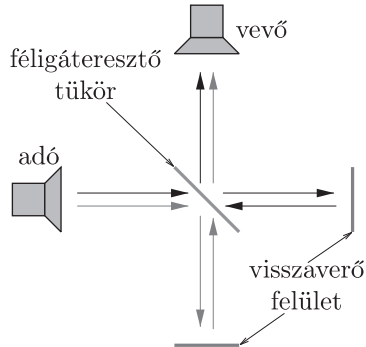
A mérési feladatok között voltak olyanok is, melyben a versenyzőknek a diákolimpia követelményrendszerében nem szereplő hullámoptikai jelenséget kellett tanulmányozniuk. Ilyenkor – a diákolimpiák szellemének megfelelően – a kiadott feladat szövege röviden ismertette a vizsgálandó jelenség leírását, és ezután következett maga a mérés.

Az alábbiakban (érdektelen technikai részletek elhagyásával) rövidítve ismertetjük az olimpián szereplő mérési feladat szövegét, és vázlatosan utalunk a megoldás „kényesebb” részleteire.

³ A mérés elvégzésére és kiértékelésére 5 óra állt rendelkezésre.

1. Michelson-interferométer

A Michelson-féle interferométerben egy nyalábosztó (féligáteresztő tükör) a bemenő elektromágneses hullámot két részre bontja, melyek két különböző utat futnak be, majd visszaverődések után a nyalábosztó ismét egyesíti őket, így szuperponálódnak és interferencia-mintázatot hoznak létre. A 3. ábra a Michelson-interferométer felépítését mutatja. A beérkező hullám két különböző úton jut el a forrástól a vevőkészülékbe. Ez a két hullám szuperponálódik és interferál egymással. Az észlelt jel erőssége a két hullám közötti fáziskülönbségtől függ, ami az optikai úthosszkülönbség változtatásával befolyásolható.



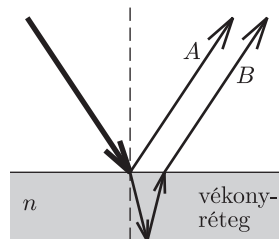
3. ábra. A Michelson-interferométer felépítése

A versenyzőknek a rendelkezésre álló eszközökből össze kellett állítaniuk a Michelson-féle interferométert, és az egyik kar hosszának változtatásával meg kellett mérniük a mikrohullám hullámhosszát néhány tizedmilliméter pontossággal.

Könnnyű rájönni, hogy az egyik kar hosszát folyamatosan növelve félhullámhosszonként kapunk újra és újra erősítést (illetve gyengítést) a vevőben. Mivel a hullámhosszat viszonylag nagy pontossággal kell meghatározni, ezért célszerűtöbb (körülbelül 10–20) egymás utáni erősítéshez (vagy gyengítéshez) tartozó úthossznövekedést mérni.

2. „Vékonyréteg”-interferencia

Szigetelő anyagból készült „vékony” rétegre eső elektromágneses hullám két nyalábra bomlik (4. ábra). Az A nyaláb a réteg felső lapjáról verődik vissza, míg a B nyaláb a réteg alsó lapjáról verődik vissza. Az A és B nyaláb szuperpozíciója adja az úgynevezett vékonyréteg-interferenciát.



4. ábra. Interferencia vékonyrétegen

Az A és a B nyalábhoz tartozó optikai úthosszak közti különbség erősítő vagy gyengítő interferenciához vezet. Az eredő intenzitás a két interferáló sugár közti útkülönbségtől függ, amit pedig a beesési szög, a sugárzás hullámhossza valamint a („vékony-”) réteg vastagsága és n törésmutatója határoz meg.

A versenyzőknek fel kellett venni a beesési szög függvényében az eredő intenzitást, majd a kapott grafikon alapján meghatározhatták a vékonyréteg anyagának n törésmutatóját és a törésmutató Δn hibáját. A mérés kivitelezésénél többek között arra kellett figyelni, hogy vékonyréteg minden esetben a beeső és a (detektor által meghatározott irányú) visszavert sugarak szögfelezőjére merőlegesen álljon.

3. Megzavart teljes visszaverődés

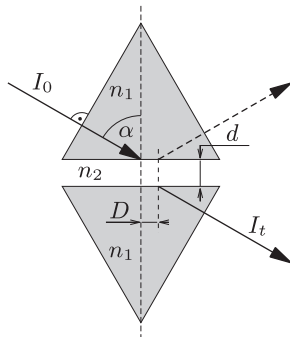
A teljes visszaverődés jelensége akkor jöhet létre, ha a hullám optikailag sűrűbb közegből optikailag ritkább közeg felé halad. A valóságban (a geometriai optika által jósolt felületi visszaverődés helyett) a beeső hullám valamennyire behatol a kevésbé sűrű közegbe, valamekkora távolságig a felülettel párhuzamosan halad, majd visszatér a sűrűbb közegbe. Ez az effektus a visszaverődő nyaláb D eltolódásával írható le, ami a szakirodalomban *Goos-Hänchen-eltolódásként* ismert.

Ha két, azonos (n_1 törésmutatójú) anyagból készült testet úgy helyezünk el egymás közelében, hogy a közöttük levő vékony, d szélességű térrészt kisebb (n_2 törésmutatójú) közeg (pl. levegő) töltse ki (5. ábra), akkor az elektromágneses

hullám mintegy „átalagutazik” a közbülső (második) közegen keresztül. Ezt a meglepő jelenséget *megzavart teljes visszaverődésnek* hívják. Az áthaladó hullám I_t intenzitása exponenciálisan csökken a d távolság növekedtével:

$$I_t = I_0 e^{-2\gamma d}, \quad \text{ahol} \quad \gamma = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\frac{n_1^2}{n_2^2} \sin^2 \alpha - 1},$$

I_0 a beeső hullám intenzitása, λ a hullámhossza a 2-es közegben, és α a beesési szög.



5. ábra. Megzavart teljes visszaverődés

A versenyzőknek össze kellett állítani a megzavart teljes visszaverődés tanulmányozására alkalmas mérési elrendezést, majd fel kellett venniük az $I_t - d$ grafikonot, és a mérési adatok elemzésével meghatározhatták a prizma anyagának n_1 törésmutatóját és annak mérési hibáját.

4. Mikrohullámok elhajlása fémrudakból álló rácson és a Bragg-egyenlet

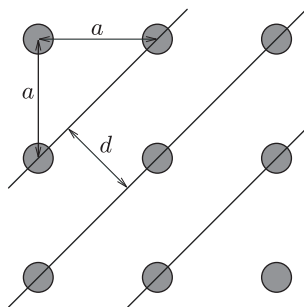
A kristályok rácsszerkezete a *Bragg-egyenlet* segítségével vizsgálható:

$$2d \sin \vartheta = m\lambda,$$

ahol d jelöli a röntgensugárzást „visszaverő” párhuzamos kristálysíkok közti távolságot, m az elhajlás rendje és ϑ a beeső röntgensugár és a kristálysíkok közötti szög. A Bragg-egyenlet teljesülése esetén szokás a röntgendiffrakcióban *Bragg-reflexióról* beszélni.

Mivel a röntgensugarak hullámhossza összemérhető a kristályok rácscellájával, a hagyományos Bragg-elhajlások méréseit röntgensugarakkal végzik. Mikrohullámok esetén azonban az elhajlás sokkal nagyobb rácscellával rendelkező periodikus szerkezeteken jön létre, ezek akár egy vonalzóval is jól mérhetőek.

Talán ez a feladat volt a mérés legérdekesebb része. A versenyzők egy körülbelül 20 cm oldalú „fekete doboz” kaptak, melynek belsejében fémrudakból kialakított kétdimenziós négyzetrácsot helyeztek el (6. ábra). Ennek a rácsnak az átlós síkján kellett vizsgálni a mikrohullámú sugárzás Bragg-reflexióját, ebből lehetett meghatározni az a rácscellát (és annak hibáját). A fekete dobozon csak az átlós irányt jelölték be, maguknak a fémrudaknak a helyzetét természetesen nem láthatták a versenyzők.



6. ábra. A fekete dobozban levő szabályos négyzetrács felülnézetből