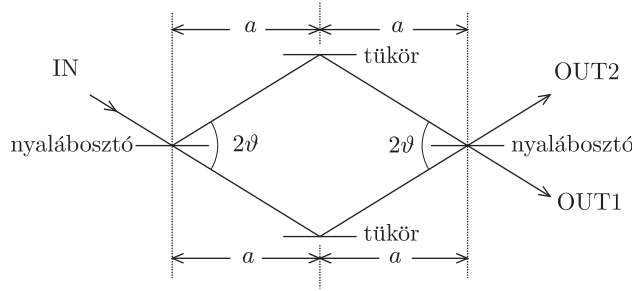


1. feladat. A gravitáció hatása egy neutroninterferométerben

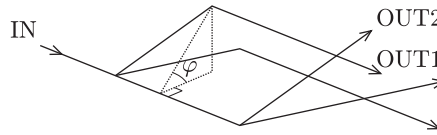
Elvi áttekintés. *Collela, Overhauser* és *Werner* híres neutroninterferencia kísérletének egy olyan idealizált változatát vizsgáljuk, ahol a tükrökről és a nyalábosztókról feltételezzük, hogy tökéletesek. A kísérletben a gravitációnak a neutronok de Broglie-féle hullámtermészetére kifejtett hatását vizsgálták.

Fizikai elrendezés. Az interferométer elvi felépítése megegyezik a hasonló optikai interferométerek felépítésével, ami az *1.a. ábrán* látható. A neutronok az IN bemeneten át lépnek be az interferométerbe, majd az ábrán látható két utat követik. A neutronokat az OUT1 és OUT2 kimenetek egyikén detektáljuk. A két út rombusz alakú területet zár be, amelynek tipikus mérete néhány cm^2 .



1.a. ábra

A neutronok de Broglie-hullámjai (tipikus hullámhosszuk 10^{-10} m) úgy interferálnak, hogy amikor az interferométer síkja vízszintes, akkor az összes neutron az OUT1 kimeneten lép ki. Azonban, ha az interferométert φ szöggel megdöntjük a bejövő neutronok által alkotott tengely körül (lásd az *1.b. ábrát*), akkor a megfigyelő a φ szögtől függően a neutronok másféle eloszlását észleli az OUT1 és OUT2 kimenetekén.



1.b. ábra

Geometriai elrendezés. $\varphi = 0$ esetén az interferométer síkja vízszintes; $\varphi = 90^\circ$ esetén a sík függőleges, és a kimenetek a forgástengely felett helyezkednek el.

1.1. (1 pont) Mekkora a rombusz alakú terület A nagysága, amit az interferométerben haladó két út határol?

1.2. (1 pont) Mekkora az OUT1 kimenet H magassága a forgástengelyen átfektetett vízszintes sík felett?

Fejezd ki A -t és H -t a következő mennyiségekkel: a , ϑ és φ .

Optikai úthossz. Az optikai úthossz megadható egyszerűen egy számmal is, amit jelöljünk N_{opt} -tal. Ezt a számot a geometriai úthossz (távolság) és a λ hullámhossz hányadosaként definiáljuk. Ha a λ hullámhossz változik az optikai út mentén, akkor az N_{opt} számot úgy kaphatjuk meg, ha a λ^{-1} függvényt integráljuk az út mentén.

1.3. (3 pont) Mekkora a két út optikai úthosszának ΔN_{opt} különbsége, ha az interferométert φ szöggel elfordítjuk? Fejezd ki válaszodat a következő mennyiségekkel: a , ϑ és φ , valamint a neutron M tömegével, a bejövő neutronok λ_0 de Broglie-hullámhosszával, a g gravitációs gyorsulással és a h Planck-állandóval.

1.4. (1 pont) Vezesd be a következő térfogati paramétert:

$$V = \frac{h^2}{gM^2},$$

és fejezd ki a ΔN_{opt} különbséget kizárólag A , V , λ_0 és φ segítségével! Állapítsd meg a V térfogat számszerű értékét, felhasználva, hogy $M = 1,675 \cdot 10^{-27}$ kg, $g = 9,800$ m/s² és $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Js.

1.5. (2 pont) Hány ciklus (periódus) észlelhető az OUT1 kimenetnél, ha φ értéke $\varphi = -90^\circ$ -tól $\varphi = 90^\circ$ -ig növekszik? Egy ciklust úgy értelmezünk, hogy a kimenetnél az intenzitás nagy intenzitásról kicsire csökken, majd visszánő nagyra.

¹ A részpontszámokat azok kedvéért közöljük, akik – későbbi versenyekre készülve – az olimpiához hasonló feltételek mellett önállóan akarják megoldani a feladatokat. A „hivatalos” megoldást és a mérési feladatot a KöMaL novemberi számában ismertetjük.

A feladatok kidolgozására 5 óra állt rendelkezésre.

Kísérleti adatok. Egy bizonyos kísérletben az interferométerre jellemző méret: $a = 3,600$ cm, továbbá $\vartheta = 22,10^\circ$ és 19,00 teljes ciklus észlelhető.

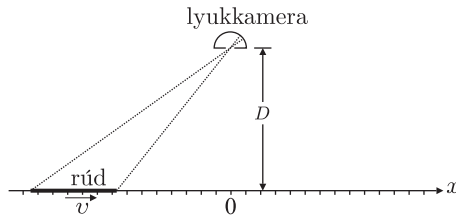
1.6. (1 pont) Számszerűleg mekkora volt λ_0 ebben a kísérletben?

1.7. (1 pont) Ha egy másik, hasonló kísérletben $\lambda_0 = 0,2000$ nm hullámhosszúságú neutronokat használnánk, és így 30,00 teljes ciklust észlelnénk, milyen nagy lenne az A terület?

Segítség: Ha $|x| \ll 1$, akkor megengedhető, hogy $(1+x)^\alpha$ helyett az $1 + \alpha x$ közelítést használjuk.

2. feladat. Mozgó rúd megfigyelése

Fizikai elrendezés. Egy lyukkamerával (camera obscura), melynek nyílása $x = 0$ -nál, az x tengelytől D távolságra helyezkedik el, képeket készítünk egy mozgó rúdról, oly módon, hogy a kamera nyílását nagyon rövid időre kinyitjuk. Az x tengely mentén egyenlő közű osztások találhatók, ahogy a 2. ábra is mutatja, melyek segítségével a rúd látszólagos hossza leolvasható a kamerával készített képről. A nyugvó rúdról készített egyik képen ez a hossz L . A feladatban megfigyelt rúd azonban *nincs* nyugalomban, hanem állandó v sebességgel mozog az x tengely mentén.



2. ábra

Alapvető összefüggések. A lyukkamerával készített képek egyikén a rúd egy rövid darabkája az \tilde{x} helyen látható.

2.1 (0,6 pont) Határozd meg a rúd ugyanezen darabkájának *valódi* x helyzetét abban az időpillanatban, amikor a kép készült! Eredményedet az \tilde{x} , D , L , v mennyiségek és a $c = 3,00 \cdot 10^8$ m/s fénysebesség segítségével fejezd ki, valamint használd a

$$\beta = \frac{v}{c} \quad \text{és} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

jelöléseket, ha ezekkel egyszerűbb alakban adható meg az eredmény.

2.2. (0,9 pont) Határozd meg a fenti kifejezés inverzét is, azaz add meg \tilde{x} -t az x , D , L , v és c mennyiségek segítségével!

Megjegyzés: A rúd *valódi* helyzetét abban a vonatkoztatási rendszerben határozzuk meg, amelyben a lyukkamera nyugalomban van.

A rúd látszólagos hossza. A lyukkamerával abban a pillanatban készítünk képet a rúdról, amikor a rúd középpontjának valódi helyzete x_0 .

2.3. (1,5 pont) Az adott mennyiségek segítségével határozd meg a rúd látszólagos hosszát ezen a képen!

2.4. (1,5 pont) Az alábbi lehetőségek egyikének kiválasztásával jelezd, hogyan változik a rúd látszólagos hossza az idő függvényében! A látszólagos hossz

- először növekszik, elér egy maximális értéket, majd csökken;
- először csökken, elér egy minimális értéket, majd növekszik;
- az egész idő alatt csökken;
- az egész idő alatt növekszik.

Szimmetrikus kép. A lyukkamerával készített képek egyikén a rúd mindkét vége ugyanolyan távolságra látszik a középponttól (origótól).

2.5. (0,8 pont) Határozd meg a rúd látszólagos hosszát ezen a képen!

2.6. (1 pont) Add meg a rúd középpontjának valódi helyzetét abban az időpillanatban, amikor ez a kép készült!

2.7. (1,2 pont) Hol látható a rúd középpontjának képe a felvételen?

Nagyon korai és nagyon késői képek. A lyukkamerával készítettünk egy nagyon korai képet, amikor a kamerához közeledő rúd még igen távol volt, valamint egy nagyon késői képet, amikor a kamerától távolodó rúd már igen messze volt. Az egyik képen a rúd látszólagos hossza 1,00 m, míg a másikon 3,00 m.

2.8. (0,5 pont) Az alábbi lehetőségek egyikének kiválasztásával jelezd, hogy melyik hossz melyik képen látható!

- A látszólagos hossz 1 m a korai képen, és 3 m a késői képen.
- A látszólagos hossz 3 m a korai képen, és 1 m a késői képen.

3. feladat. Ez a feladat öt, egymástól független részből áll. Minden részben *csak nagyságrendi becslést* kell végezned, nem szükséges pontos választ adnod.

Digitális kamera. Tekintsünk egy $N_p = 5$ Mpix (1 Mpix = 10^6 pixel) érzékelőfelületű digitális kamerát. A négyzet alakú, CCD érzékelőlap lineáris mérete (oldala) $L = 35$ mm. A kamera lencséjének fókusz távolsága: $f = 38$ mm.

A lencsén megjelenő, jól ismert számsorozatot (2, 2,8, 4, 5,6, 8, 11, 16, 22) F -számoknak (numerikus apertúrának) hívjuk, és így jelölünk: $F\#$, és a fókusz távolság és a D lencsenyílás (apertúra) átmérőjének arányaként definiálunk: $F\# = f/D$.

3.1. (1 pont) Add meg a kamera lehető legjobb, csak a lencse által korlátozott Δx_{\min} felbontóképességét az érzékelőfelületén. Eredményedet fejezd ki a λ hullámhossz és $F\#$ (numerikus apertúra) segítségével, majd add meg a felbontóképesség számszerű értékét is $\lambda = 500$ nm esetén.

3.2. (0,5 pont) Add meg a megapixelok ahhoz szükséges N számát, hogy a CCD érzékelő megfeleljen a fenti optimális felbontóképességnek.

3.3. (0,5 pont) Időnként a fényképezésként úgy próbálják a kamerájukat használni, hogy a lehető legkisebb nyílást (apertúrát) állítják be. Tegyük fel, hogy a fényképezőgépünk $N_0 = 16$ Mpix-es, és érzékelőfelületének mérete, valamint lencséjének fókusz távolsága az előzőekkel megegyező. Milyen $F\#$ értéket állítsunk be, hogy a kép minőségét az optika ne korlátozza?

3.4. (0,5 pont) Tudjuk, hogy az emberi szem szög szerinti felbontóképessége nagyjából $\varphi = 2''$ (szögmásodperc), és egy tipikus nyomtató minimum 300 dpi (dots per inch, azaz pont/hüvelyk) finomsággal nyomtat, legalább milyen minimális z távolságra tartsuk az oldalt a szemünktől, hogy ne lássuk külön-külön a pontokat?

Adatok: 1 hüvelyk = 25,4 mm, $1'' = 2,91 \cdot 10^{-4}$ rad.

Keménytojás. A hűtőszekrényből kivett tojás hőmérséklete $T_0 = 4$ °C. Ezt a tojást forrásban lévő vízbe tesszük. A víz jól ismert forráspontját jelöljük így: T_1 .

3.5. (0,5 pont) Mekkora U mennyiségű energiára van szükség ahhoz, hogy az egész tojás kicsapódjon (koagulálódjon)?

3.6. (0,5 pont) Mekkora J hőáramsűrűség folyik a tojásba, ha a közepe még hideg?

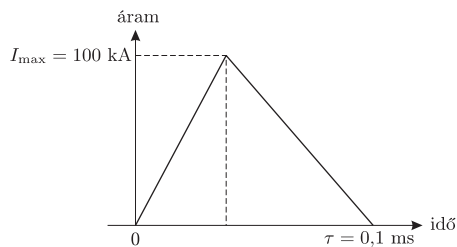
3.7. (0,5 pont) Mekkora P fűtőteljesítmény melegíti ilyenkor a tojást?

3.8. (0,5 pont) Ilyen hőátadással mennyi idő alatt lesz kemény a tojás?

Segítség: Használhatod a hővezetés egyszerűsített Fourier-törvényét: $J = \kappa \Delta T / \Delta r$, ahol ΔT a feladat tipikus Δr hossz méretéhez tartozó hőmérsékletkülönbség. A J hőáramsűrűség mértékegysége: W m^{-2} .

Adatok: A tojás (tömeg) sűrűsége: $\mu = 10^3$ kg m^{-3} . A tojás fajhője: $c = 4,2$ J K^{-1} g $^{-1}$. A tojás sugara: $R = 2,5$ cm. A tojásfehérje kicsapódási hőmérséklete: $T_c = 65$ °C. Hővezetési együttható (melyről feltételezhetjük, hogy a folyékony és a szilárd tojásfehérjére ugyanakkora): $\kappa = 0,64$ W K^{-1} m $^{-1}$.

Villámlás. A villámok nagyon leegyszerűsített modelljével foglalkozunk. A villámokat a felhőkben felhalmozódó elektrosztatikus töltések okozzák. A felhők alja rendszerint pozitív töltésű, a tetejük negatív töltésű, és a felhő alatt a talaj negatívan töltött. Ha az elektromos térerősség eléri a levegő átütési értékét, akkor kisülés következik be; ez a villám.



3. ábra. Egy villám idealizált impulzusa (a felhő és a talaj között folyó áramerősség az idő függvényében)

A következő kérdésekre ennek az egyszerűsített áramerősség-idő görbének (3. ábra) és az alábbi adatoknak a segítségével válaszolj:

A felhő alja és a talaj közötti távolság: $h = 1$ km.

A nedves levegő átütési térerőssége: $E_0 = 300$ kV m^{-1} .

A Földet évente elérő villámok teljes száma: $32 \cdot 10^6$.

A Föld népessége: $6,5 \cdot 10^9$ ember (= 6,5 Gigaember).

3.9. (0,5 pont) Mekkora egy villám Q töltése?

3.10. (0,5 pont) Mekkora átlagos I áram folyik villámláskor a felhő alja és a talaj között?

3.11. (1 pont) Képzeld el, hogy a viharok egy év alatti összes elektromos energiáját összegyűjtjük, majd egyenletesen szétosztjuk az emberek között. Milyen hosszán tudna folyamatosan világítani egy 100 W-os izzólámpa az egy emberre jutó átlagos energiával?

Hajszálerek. Az emberi vért tekintsük olyan összenyomhatatlan, viszkozus folyadéknak, melynek μ (tömeg-) sűrűsége megegyezik a vízével, dinamikus viszkozitása pedig $\eta = 4,5$ g m^{-1} s $^{-1}$. A hajszálér-hálózatot egyenes, r sugarú, L hosszúságú hengeres csövekkel modellezzük, és a véráram leírására a Poiseuille-féle

$$\Delta p = RD$$

törvényt alkalmazzuk, mely a hidrodinamikában hasonló szerepet játszik, mint az elektromosságban az Ohm-törvény. A fenti képletben Δp az ér (cső) eleje és vége közti nyomáskülönbség, a $D = Sv$ hozam az ér S keresztmetszetén időegység alatt átáramlott folyadék térfogata, v pedig a véráram sebessége. Az R áramlási ellenállást a következő formula adja meg:

$$R = \frac{8\eta L}{\pi r^4}.$$

Nyugalmi állapotban az emberi nagyvérkörben (amely a szív bal pitvarától a jobb kamráig vezet) a „vérhozam” $D \approx 100 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$. A következő kérdések megválaszolásánál a nagyvérkör leírására olyan modellt használj, melyben a hajszálerek párhuzamosan vannak kapcsolva, és mindegyikük $r = 4 \text{ }\mu\text{m}$ sugarú, $L = 1 \text{ mm}$ hosszúságú, és $\Delta p = 1 \text{ kPa}$ nyomáskülönbségnek van kitéve.

3.12. (1 pont) Hány hajszálér található az emberi testben?

3.13. (0,5 pont) Mekkora v sebességgel áramlik a vér a hajszálerekben?

Felhőkarcoló. Egy 1000 m magas felhőkarcoló aljánál a külső levegő hőmérséklete $T_{\text{lent}} = 30 \text{ }^\circ\text{C}$. Célunk a felhőkarcoló tetejénél mérhető T_{fent} külső hőmérséklet megállapítása. Tekintsünk egy vékony levegőréteget (ideális nitrogéngáz, adiabatikus kitevője $\gamma = 7/5$), amely lassan z magasságba emelkedik, ahol a nyomás alacsonyabb, valamint tegyük föl, hogy a levegőréteg eközben adiabatikusan tágul, és így hőmérséklete a környező levegőével megegyező értékre csökken.

3.14. (0,5 pont) Határozd meg a dT/T relatív hőmérsékletváltozásnak és a dp/p relatív nyomásváltozásnak a hányadosát!

3.15. (0,5 pont) Fejezd ki a dp nyomáskülönbséget a dz magasságváltozás függvényében!

3.16. (1 pont) Mennyi a levegő hőmérséklete a felhőkarcoló tetejénél?

Adatok: A Boltzmann-állandó: $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$. A nitrogénmolekula tömege: $m = 4,65 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$. A nehézségi gyorsulás: $g = 9,80 \text{ m s}^{-2}$.