

## I. rész

1. Aladár szerint a háromjegyű, Barnabás szerint pedig az ötjegyű számok közül választva lesz nagyobb a valószínűsége annak, hogy a kapott számban van 6-os számjegy. Melyiküknek van igaza? (11 pont)
2. Adott egy 5 cm és egy 3 cm sugarú kör. A körök középpontja 10 cm-re van egymástól. Milyen távol van a kisebbik kör középpontjától a két kör közös belső érintőinek metszéspontja? (12 pont)
3. Milyen maradékot ad  $16^{101} + 8^{101} + 4^{101} + 2^{101} + 1$ , ha elosztjuk  $2^{100} + 1$ -gyel? (14 pont)
4. a) Melyek azok az  $f(x)$  lineáris függvények, amelyekre teljesül az alábbi egyenlőség:  $2f(x) + 3f(1-x) = 4x - 1$ ?  
b) Milyen előjelű lehet  $c$ , ha az  $ax^2 - bx + c$  kifejezés minden  $x$  értékre pozitív? (14 pont)

## II. rész

5. Adjuk meg az alábbi trigonometrikus egyenlet összes megoldását a  $[0; 2\pi]$  intervallumon:

$$3 \operatorname{tg} \left( x + \frac{\pi}{3} \right) + \operatorname{tg} \left( x - \frac{\pi}{6} \right) = 0. \quad (16 \text{ pont})$$

6. Legfeljebb milyen nagy térfogatú egyenes henger írható egy egyenes körkúpba, melynek alapköre 5 egység sugarú, magassága pedig 7 egység? (A henger és a kúp tengelye közös.) (16 pont)

7. Elindul egy kocsis és  $2 \text{ m/s}^2$  gyorsulással halad egyenes úton. Erre az útra merőleges útról a mezőn átvágva  $5 \text{ m/s}$  egyenletes sebességgel egy ember szalad a kocsis felé. Hogyan válassza meg az indulási irányát, hogy fel tudjon ugrani a szekérre, ha az indulás pillanatában 10 m-re van a kocsistól? Mennyi idő múlva éri el a kocsit? (16 pont)

8. a) Hány öt csúcús, hat élű egyszerű gráf van, ha a csúcsokat megkülönböztetjük és hány, ha nem?  
b) Janó lerajzolta az összes öt csúcús, hat élű gráfot úgy, hogy a csúcsokat megkülönböztette. Lackó épp arra járt és rábökött egy csúcsra. Mi a valószínűsége, hogy ez a csúcs éppen elsőfokú volt? (16 pont)

9. Oldjuk meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$\sqrt[3]{2x^2 - 8x} - \sqrt[3]{2x^2} = 2. \quad (16 \text{ pont})$$