A verseny időtartama: 90 perc. A feladatok pontozása: minden helyes válasz 5 pontot ér; helytelen válaszra 0 pont jár; válasz nélkül hagyott kérdésekre 1–1 pontot adunk.

1. Hány olyan m egész szám van, amelyre $m(m+1)=2^n$, ahol n is egész szám? (A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 3; (E) 3-nál több.

2. Az x^3+y^4, x^4+y^3, x^3+y^3 és x^4-y^4 kifejezések között hány olyan van, amely minden x, y érték esetén pozitív, ha $x>y$? (A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 3; (E) 4.

3. Az a, b és c olyan különböző pozitív egészek, hogy $abc=16$. Mennyi lesz $a^b-b^c+c^a$ legnagyobb értéke? (A) 63; (B) 249; (C) 253; (D) 259; (E) 263.

4. $a_1=7$ és $a_{n+1}=\sqrt{|a_n^2-16|}$, ha $n=1,2,3,\ldots$. Ekkor $a_{80}=?$ (A) 1; (B) 7; (C) $\sqrt{33}$; (D) $\sqrt{17}$; (E) $\sqrt{15}$.

5. Legyen $x_1=23$, $x_2=\dfrac{2}{x_1}$, $x_3=\dfrac{3}{x_2}$, $x_4=\dfrac{4}{x_3}$, $x_5=\dfrac{5}{x_4}$, $x_6=\dfrac{6}{x_5}$.
Mennyi $x_1\cdot x_2\cdot x_3\cdot x_4\cdot x_5\cdot x_6$ értéke? (A) 23; (B) 48; (C) 64; (D) 1104; (E) Nem dönthető el egyértelműen.

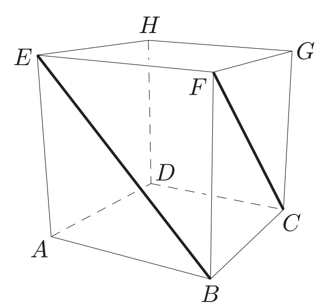
6. A pozitív x és y számokra $xy=1$. Mennyi az $\dfrac{1}{x^4}+\dfrac{1}{4y^4}$ kifejezés legkisebb értéke? (A) $\dfrac{1}{4}$; (B) $\dfrac{5}{8}$; (C) 1; (D) $\dfrac{5}{4}$; (E) nincs minimum.

7. Az $y=6x$ egyenes érinti az $y=x^2+a$ parabolát. Mennyi az a értéke? (A) 7; (B) 8; (C) 9; (D) 10; (E) 11.

8. Az $ABCD$ trapéz párhuzamos oldalai AB és CD, továbbá $AB=52$, $BC=12$, $CD=39$, $DA=5$. Mekkora a trapéz területe? (A) 182; (B) 195; (C) 210; (D) 234; (E) 260.

9. Hány szimmetriasíkja van a kockának? (A) 8; (B) 9; (C) 10; (D) 11; (E) 12.

10. Mekkora szöget zárnak be egymással a kocka BE és CF lapátlói? (A) 30°; (B) 45°; (C) 60°; (D) 75°; (E) 90°.



11. $2^{36}-1=\overline{68\,a19\,476\,735}$. Melyik számjegyet jelöli a? (A) 1; (B) 3; (C) 4; (D) 6; (E) 7.

12. Ha $x^2+xy+x=14$ és $y^2+xy+y=28$, akkor mi lehet az $x+y$ értéke? (A) -7; (B) -6; (C) 0; (D) 1; (E) 7.

13. Hány olyan x egész szám van, amelyre $1\le x\le 100$, és x^3+4x+2 osztható 7-tel? (A) 26; (B) 27; (C) 28; (D) 29; (E) 30.

14. Az $f(x)$ függvény minden valós x-re teljesíti az $f(x)+2f(6-x)=x$ feltételt. Mennyi $f(1)$ értéke? (A) 3; (B) 2; (C) 1; (D) -9; (E) nem határozható meg.

15. Ha $a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$, akkor

$$\frac{ab+2ac+3bc}{a^2+b^2+c^2}=?$$

(A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 3; (E) 4.

16. A $\left(2x^3-\dfrac{1}{x}\right)^{12}$ kifejtett alakjában a konstans tag értéke: (A) -1760; (B) -220; (C) 220; (D) 1760; (E) egyik sem.

17. Ha az x^4+ax^2+b polinomnak osztója az x^2+5x+6 polinom, akkor $a+b$ értéke: (A) -13; (B) 23; (C) 36; (D) 61; (E) 73.

18. Egy 8 fős csoport kört alakít. Hányféleképpen állhatnak, ha a két legmagasabbnak egymás mellé kell kerülnie? (Két sorrend akkor különböző, ha a csoportból legalább az egyiknek legalább az egyik szomszédja különböző. A csoport tagjai között nincs két azonos magasságú.) (A) 6!; (B) 7!; (C) $2\cdot 6!$; (D) $2\cdot 7!$; (E) $\dfrac{8!}{2!}$.

19. Az $1,2,\ldots,100$ számok közül kiválasztottunk néhányat úgy, hogy nincs köztük olyan, amely 3-szorosa lenne valamely másik kiválasztott számnak. Legfeljebb hány számot választhattunk így ki? (A) 51; (B) 66; (C) 67; (D) 76; (E) 78.

20. Az a, b, c és d számok értékei az $1,2,\ldots,10$ számok közül valók. Mi a valószínűsége annak, hogy $ab+cd$ értéke páros szám? (A négy szám között lehetnek egyenlők is.) (A) $\dfrac{1}{2}$; (B) $\dfrac{1}{4}$; (C) $\dfrac{3}{4}$; (D) $\dfrac{3}{8}$; (E) $\dfrac{5}{8}$.

21. A trapézt középvonala két olyan részre osztja fel, amelyek közül a kisebbiknek a területe 18 cm^2. Ugyanezt a trapézt egyik átlója is két részre osztja, ezek közül a kisebbik résznek a területe 16 cm^2. Mekkora a trapéz területe? (A) 40; (B) 48; (C) 56; (D) 60; (E) 72.

22. Milyen maradékot ad $16^{101} + 8^{101} + 4^{101} + 2^{101} + 1$, ha elosztjuk $2^{100} + 1$-gyel? (A) 0; (B) 2; (C) 4; (D) 11; (E) 101.

23. Egy geometriai sorozat harmadik és első tagjának különbsége 16, a második és harmadik tag összege 24. Mekkora a sorozat negyedik tagja? (A) 10; (B) 32; (C) 24; (D) 54; (E) 27.

24. Az $x > 1$ valós számra $x^x = y$ és $y^y = 10^{2006}$. Az alábbiak közül melyik az igaz állítás? (A) $2 < x < 3$; (B) $3 < x < 4$; (C) $4 < x < 5$; (D) $5 < x < 6$; (E) $6 < x < 7$.

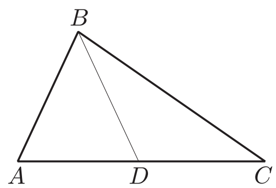
25. Hány olyan 100-nál kisebb páros pozitív szám van, amely kielégíti a $\cos\frac{\pi x}{9} \cdot \cos\frac{2\pi x}{9} \cdot \cos\frac{4\pi x}{9} = \frac{1}{8}$ egyenletet? (A) 4; (B) 5; (C) 6; (D) 10; (E) 20.

26. Ha $\log_{\sin x} \cos x + \log_{\cos x} \operatorname{tg} x = 1$ és $0° < x < 90°$, akkor $x =$ (A) 15°; (B) 30°; (C) 45°; (D) 60°; (E) 75°.

27. Mennyi az $x^{\lg x} = \frac{10\,000}{x^3}$ egyenlet gyökeinek szorzata? (A) $\frac{1}{1000}$; (B) $\frac{1}{10}$; (C) 100; (D) 1000; (E) 1 000 000.

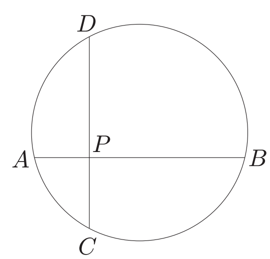
28. Az ABC háromszög oldalainak hosszai: $AB = 5$, $BC = 7$, $AC = 9$. Az AC oldalon felvettünk egy olyan D pontot, amelyre $BD = 5$.

Mekkora az $AD : DC$ arány? (A) 4 : 3; (B) 7 : 5; (C) 11 : 6; (D) 13 : 5; (E) 19 : 8.



29. Egy körben felvettünk két egymásra merőleges húrt, AB-t és CD-t. A húrok metszéspontja P. $AP = 20$, $CP = 30$, $BP = 60$.

Mekkora a kör sugara? (A) $25\sqrt{3}$; (B) $5\sqrt{65}$; (C) $30\sqrt{2}$; (D) $10\sqrt{65}$; (E) 40.



30. Jelölje $[x]$ azt a legnagyobb egész számot, amely x-nél nem nagyobb. Ha $[\sqrt[3]{1}] + [\sqrt[3]{2}] + [\sqrt[3]{3}] + \ldots + [\sqrt[3]{n}] = 2n$, akkor n értéke (A) 29; (B) 33; (C) 41; (D) 49; (E) 53.