

(1)-et a következő alakra hozhatjuk:

$$2(x_a^2 + x_b^2 + x_c^2 + x_d^2) - 2(x_a + x_c)(x_b + x_d).$$

Tekintve, hogy az első tag a, b, c, d megválasztásától függetlenül $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2$, azt kell meghatároznunk, hogy mely esetekben lesz $(x_a + x_c)(x_b + x_d)$ maximális. Vezessük be a következő jelöléseket:

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= (x_a + x_c) + (x_b + x_d) = 2S, \\(x_a + x_c) - (x_b + x_d) &= 2D.\end{aligned}$$

Ezekkel $(x_a + x_c)(x_b + x_d) = (S + D)(S - D) = S^2 - D^2$, tehát a szorzat akkor lesz a legnagyobb, ha D abszolút értéke minimális.

A feltétel szerint igazak a következő relációk:

$$x_1 + x_2 < x_1 + x_3 < \begin{cases} x_2 + x_3 \\ x_1 + x_4 \end{cases} < x_2 + x_4 < x_3 + x_4.$$

Látható, hogy $x_2 + x_3$ és $x_1 + x_4$ különbsége a legkisebb, azaz a és c , valamint b és d értékei 2 és 3, valamint 1 és 4. Figyelembe véve tehát a D értékét meg nem változtató felcserélési lehetőségeket, a következő 8 permutáció esetén lesz az (1) összeg minimális:

$$\begin{array}{l}a \ 1 \ 1 \ 4 \ 4 \ 2 \ 2 \ 3 \ 3 \\b \ 2 \ 3 \ 2 \ 3 \ 4 \ 1 \ 4 \ 1 \\c \ 4 \ 4 \ 1 \ 1 \ 3 \ 3 \ 2 \ 2 \\d \ 3 \ 2 \ 3 \ 2 \ 1 \ 4 \ 1 \ 4\end{array}$$

Károlyi Gyula (Budapesti Fazekas M. Gyak. Gimn., I. o. t.)