Mivel a_i pozitív szám

$$0 < \frac{a_i}{1+a_i} < a_i,$$

ezért minden n-re

$$0 < b_n < \frac{1}{n}(a_1 + \ldots + a_n). \tag{1}$$

Megmutatjuk, hogy a b_n sorozat konvergens, és határértéke 0. Ehhez (1) szerint elegendő megmutatnunk, hogy minden pozitív ε számhoz van olyan n_0 index, hogy minden $n > n_0$ esetén $\frac{1}{n}(a_1 + \ldots + a_n) < \varepsilon$. Legyen tehát adva az $\varepsilon > 0$ szám, és meg akarjuk határozni n_0-t. Az $a_1,\ a_2,\ \ldots$ sorozat határértéke 0, tehát a határérték definíciója szerint található olyan k, hogy

$$a_i < \frac{\varepsilon}{2}, \quad \text{ha} \quad i > k.$$

Ennek alapján $n > k$ esetén

$$b_n < \frac{1}{n}(a_1 + \ldots + a_n) < \frac{1}{n}(a_1 + \ldots + a_k) + \frac{1}{n}(n-k)\frac{\varepsilon}{2} < \frac{1}{n}(a_1 + \ldots + a_k) + \frac{\varepsilon}{2}.$$

Így elegendő elérnünk, hogy

$$\frac{1}{n}(a_1 + \ldots + a_k) < \frac{\varepsilon}{2}$$

is teljesüljön, ami biztosan igaz, ha

$$n > N = \frac{2(a_1 + a_2 + \ldots + a_k)}{\varepsilon}.$$

Egyenlőtlenségeink szerint $0 < b_n < \varepsilon$, ha $n > \max\,(k,\ N)$. Ezzel a keresett küszöbindexet megkaptuk.

Gyuris Zsolt (Szeged, Ságvári E. Gyak. Gimn., IV. o. t.)