I. rész

1. Összeöntöttünk 5 kg 15 tömegszázalékos, 8 kg 20 tömegszázalékos és 12 kg 40 tömegszázalékos cukoroldatot. Az oldószer mindegyik esetben víz volt. Azóta beleborult 40 dkg cukor, elpárolgott a víz 12 százaléka, és az egyensúly beállt.

a) Hány százalékos az oldat most?

b) Hányadrészét kell vízzel helyettesíteni az oldatnak, ha 10 tömegszázalékos oldatot szeretnénk kapni? (*11 pont*)

2. A következő *táblázat* a földrészek lakosságának számát mutatja 1995-ben.

Földrész	**Lakosság (millió fő)**
Európa	682
Ázsia	3498
Afrika	730
Észak-Amerika	293
Közép- és Dél-Amerika	481
Ausztrália és Óceánia	32

a) Állapítsuk meg az adatsokaság átlagát, szórását.

b) Készítsünk diagramot a Föld lakosságának kontinensek szerinti eloszlásáról. (*12 pont*)

3. *a*) Tudjuk, hogy p és $10p-1$ pozitív prímszámok. Lehet-e prímszám a $10p+1$?

b) Péter és Pál mindketten nagyon okosak. Egy alkalommal Péter azt mondta Pálnak:

– Az imént meglátogattak engem hárman. Az életkoruk összege néggyel több, mint a tiéd, az életkoruk szorzata a 35 négyzetének a duplája, és mindegyikük több, mint négyéves.

– Nem tudom a választ – közölte rövid gondolkodás után Pál.

– Az egyik látogatóm idősebb nálam – folytatta Péter a párbeszédet.

– Akkor tudom a választ – mondta Pál.

Mennyi Péter és Pál közt a korkülönbség? (*14 pont*)

4. *a*) Adott a síkon 2007 darab olyan pont, amelyek közül semelyik három nem esik egy egyenesbe. Ezek közül három pont zöld. Tekintsük az összes olyan háromszöget, amelyeket a 2007 pont meghatároz. Hány olyan van ezek között, amelynek van zöld csúcsa?

b) Mutassuk meg, hogy a Fibonacci-sorozat bármely két szomszédos tagja relatív prím.

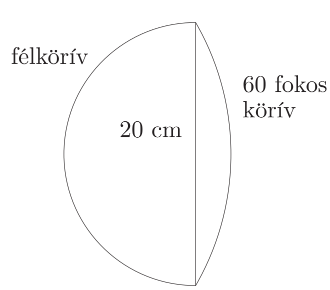
(A Fibonacci-sorozat képzési szabálya: $a_1=1$; $a_2=1$; $a_n=a_{n-1}+a_{n-2}$, minden $n>2$ esetén.) (*14 pont*)

II. rész

5. *a*) Oldjuk meg a következő egyenletet: $2x^3-3x^2+3x-1=0$.

b) Hány megoldása van a $\cos x=\dfrac{|x|}{2\pi}$ egyenletnek? (*16 pont*)

6. Az *ábrán* fából készült kerítésoszlopok keresztmetszetét látjuk. A 80 db kerítésoszlop mindegyike 3 méter hosszú, és 1 méteres darabjuk lesz a földben. A kerítésoszlopoknak ezt a részét speciális folyadékkal itatják át, hogy tartósabbak legyenek.



a) Mennyi folyadékra van szükség, ha 1 m^3 faanyag 2,5 liter folyadékot „nyelt el”?

b) Mennyi festékre van szükség a már felállított kerítésoszlopok festéséhez, ha a használt festékből 1 kg 4 m^2-re elegendő? (*16 pont*)

7. Hajótöröttek egy lakatlan, növényzet nélküli szigeten azt tervezik, hogy a viharban zátonyra futott eredeti vitorlás hajójuk darabjaiból új, kisebb hajót építenek. A vihar az árbocot véletlenszerűen három darabra törte. Ha az eredeti 40 m hosszú árbocnak maradt egy legalább 20 m-es darabja, akkor a hajó megépíthető. Mi a valószínűsége annak, hogy amikor visszaúsznak a hajóroncshoz, találnak ilyen darabot? (*16 pont*)

8. Egy vállalattól 100 db henger alakú, 1 m^3 belső térfogatú, speciális fémlemezből kialakított zárt tartályt rendeltek. A megrendelő csak a térfogatot és az alakot határozta meg. Mekkora legyen a henger magassága, ha a vállalat a lehető legkevesebb anyagot szeretné felhasználni? (*16 pont*)

9. A tengerpart mentén sík terepen állomásozó saját tüzérségét, és az ugyancsak a tengerpart menti sík terepen található ellenséges gyalogos hadtest helyzetét vizsgálja a hadvezér egy 480 m magas hegy tetejéről. A két hadtest látszólagos távolsága 71,2°. A hadvezér a tüzérséget $6^\circ 30'$, a gyalogságot 8° depressziószög alatt látja. Kiadja-e a matematikához jól értő hadvezér a tűzparancsot, ha tudja, hogy tüzérsége ágyúinak maximális lőtávolsága 4 km? (*16 pont*)