Az $ABCD$ pontrendszerben az AC és BD egyenesek merőlegesek, így M metszéspontjuknál 4 derékszögű háromszög keletkezik. Az AB és CD átfogók négyzetét Pitagorasz tétele szerint fölírva, az AM, BM, CM és DM befogók négyzetét 1-szer–1-szer használjuk föl, és ugyanez áll a másik átfogópár: BC és DA négyzetében; ennélfogva

$$AB^2 + CD^2 = BC^2 + DA^2.$$

A vesszős pontnégyes oldalaira közölt egyenlőségek szerint abban is teljesül

$$A'B'^2 + C'D'^2 = B'C'^2 + D'A'^2. \tag{1}$$

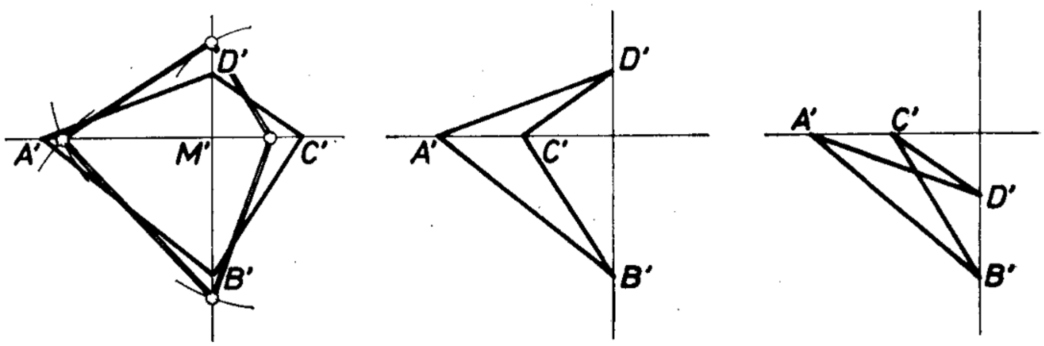
Tegyük koordináta-rendszerünk x tengelyét az $A'C'$ egyenesre, és legyenek pontjaink koordinátái: $A'(a,\, 0)$, $B'(x_1,\, y_1)$, $C'(c,\, 0)$, $D'(x_2,\, y_2)$. Ezekkel (1)-ből:

$$(x_1 - a)^2 + y_1^2 + (x_2 - c)^2 + y_2^2 = (x_1 - c)^2 + y_1^2 + (x_2 - a)^2 + y_2^2,$$

rendezés után

$$(a - c)(x_2 - x_1) = 0.$$

Mivel A' és C' különböző pontok (különben az $A'C'$ egyenes határozatlan), azért $a - c \neq 0$, tehát $x_2 - x_1 = 0$, azaz $x_2 = x_1$. Eszerint a $B'D'$ egyenes párhuzamos az y tengellyel, vagyis merőleges $A'C'$-re. Ezt kellett bizonyítanunk.



Megjegyzés. Látjuk, hogy az átlók merőlegessége kapcsolatban áll az oldalak négyzetösszegéből képezhető $AB^2 - BC^2 + CD^2 - DA^2$ kifejezés 0-értékével. Eszerint a négy oldal és a két átló közti szög – mint 5 adat – nem független egymástól, együtt nem elég a négyszög meghatározására. Valóban, az ábra változatai mutatják, hogy több alak is lehetséges ugyanabból a négy szakaszból.