Az idei Nemzetközi Matematikai Diákolimpiát július 19–31. között Vietnam fővárosában, Hanoiban rendezték meg. A zsűri a verseny lebonyolítása előtt a csodálatosan szép Halong-öböl partján fekvő egyik szállodában ülésezett.

A versenyen 93 ország 520 diákja vett részt. Ez mind a résztvevő országok, mind a résztvevő diákok számát tekintve új részvételi csúcs. A legtöbb ország a megengedett maximális létszámú, 6 fős csapattal szerepelt; az alábbi listában az országnév után zárójelben tüntettem fel az adott ország versenyzőinek számát, ha ez hatnál kevesebb volt.

A résztvevő országok: *Albánia, Amerikai Egyesült Államok, Argentína, Ausztrália, Ausztria, Azerbajdzsán, Banglades (5), Belgium, Belorusszia, Bolívia (2), Bosznia-Hercegovina, Brazília, Bulgária, Chile (4), Ciprus, Costa Rica (5), Csehország, Dánia, Dél-Afrika, Dél-Korea, Ecuador, El Salvador (4), Észak-Korea, Észtország, Finnország, Franciaország, Fülöp-szigetek, Görögország, Grúzia, Hollandia, Hongkong, Horvátország, India, Indonézia, Irán, Írország, Izland, Izrael, Japán, Kambodzsa (4), Kanada, Kazahsztán, Kína, Kirgizisztán (5), Kolumbia, Kuba (1), Lengyelország, Lettország, Liechtenstein (2), Litvánia, Luxemburg (3), Macedónia, Magyarország, Makaó, Malajzia, Marokkó, Mexikó, Moldova, Mongólia, Montenegro (3), Nagy-Britannia, Németország, Nigéria, Norvégia, Olaszország, Oroszország, Örményország, Pakisztán, Paraguay (4), Peru, Portugália, Puerto Rico (3), Románia, Spanyolország, Sri Lanka, Svájc, Svédország, Szaúd-Arábia (4), Szerbia, Szingapúr, Szlovákia, Szlovénia, Tadzsikisztán, Tajvan, Thaiföld, Törökország, Trinidad és Tobago, Türkmenisztán, Új-Zéland, Ukrajna, Üzbegisztán, Venezuela (3), Vietnam.*

Először vett részt Kambodzsa és Montenegro. A versenyen szokás szerint mindkét napon négy és fél óra alatt 3–3 feladatot kellett megoldani. (A feladatokat alább közöljük.) Mindegyik feladat helyes megoldásáért 7 pont járt, így egy versenyző maximális teljesítménnyel 42 pontot szerezhetett (de az egy versenyző által ténylegesen elért legmagasabb pontszám idén csak 37 volt). Az idei versenyen a 3. és a 6. feladat különösen nehéznek bizonyult. Az utóbbira az 520 versenyző közül csupán 5-en, míg az előbbire mindössze 2-en kapták meg a maximális 7 pontot. Valójában a 6. feladat volt az igazán nehéz: az 520 diák közül 512 kapott 0 vagy 1 pontot rá. (Jelen sorok írója mossa kezeit: a zsűri ülésén hasztalanul próbáltam meggyőzni a csapatvezetők többségét, hogy ez az – egyébként nagyon szép – 6. feladat olimpiai feladatnak túl nehéz.) A 3. feladatra – aminek megoldásában könnyebb volt valameddig eljutni – viszonylag sokan kaptak részpontszámot. Ugyanakkor a 4. feladat az erősebb csapatok számára túl könnyű volt: 26 olyan ország volt (köztük Magyarország), amelynek a csapata a maximális 42 pontot szerezte meg erre a feladatra, vagyis minden versenyző teljes megoldást adott be.

A verseny befejezése után megállapított ponthatárok szerint aranyérmet a 29–42 pontot elért, ezüstérmet a 21–28 pontos, míg bronzérmet a 14–20 ponttal rendelkező tanulók szereztek. Dicséretben részesültek azok a versenyzők, akiknek 14-nél kevesebb pontjuk volt, de egy feladatot hibátlanul megoldottak.

A magyar csapatból

Korándi Dániel (Fazekas Mihály Főv. Gyak. Gimn., 11. o.t.) 27 ponttal,
Gyenizse Gergő (Kiskunhalas, Szilády Áron Ref. Gimn., 12. o.t.) 26 ponttal,
Nagy Csaba (Fazekas Mihály Főv. Gyak. Gimn., 12. o.t.) 22 ponttal,
Hujter Bálint (Fazekas Mihály Főv. Gyak. Gimn., 12. o.t.) és
Lovász László Miklós (Fazekas Mihály Főv. Gyak. Gimn., 11. o.t.) egyaránt 21 ponttal *ezüstérmet,* míg
Szűcs Gábor (Miskolc, Földes Ferenc Gimn. 12. o.t.) 12 ponttal *dicséretet* szerzett.

A magyar csapat vezetője *Pelikán József* (ELTE TTK, Algebra és Számelmélet Tanszék), helyettes vezetője *Dobos Sándor* (Fazekas Mihály Főv. Gyak. Gimn.) volt. *Kós Géza* (MTA SZTAKI, ELTE TTK) a problémakiválasztást előkészítő bizottság meghívott tagjaként vett részt az olimpián.

Az országok (nem-hivatalos) pontversenyében Magyarország a 16. helyen végzett. A csapatverseny élmezőnyének sorrendje így alakult (megszerzett pontszámaikkal):

1. Oroszország 184, 2. Kína 181, 3–4. Dél-Korea és Vietnam 168, 5. USA 155, 6–7. Japán és Ukrajna 154, 8. Észak-Korea 151, 9–10. Bulgária és Tajvan 149, 11. Románia 146, 12–13. Hongkong és Irán 143, 14. Thaiföld 133, 15. Németország 132, **16. Magyarország 129,** 17. Törökország 124, 18. Lengyelország 122, 19. Belorusszia 119, 20. Moldova 118, 21. Olaszország 116, 22. Ausztrália 110, 23. Szerbia 107, 24. Brazília 106, 25. India 103, 26. Grúzia 102, 27. Kanada 98, 28–29. Kazahsztán és Nagy-Britannia 95, 30. Kolumbia 93 pont.

Szeretnék köszönetet mondani az egyes versenyzők tanárainak, akik a következők voltak:
Beleznay Ferenc (Korándi Dániel és Lovász László Miklós tanára),
Dobos Sándor (Gyenizse Gergő, Hujter Bálint, Nagy Csaba és Szűcs Gábor tanára),
Fejér Szabolcs (Szűcs Gábor tanára),
Hegedűs Pál (Korándi Dániel tanára),
Kosztolányi József (Gyenizse Gergő tanára),
Kovács Attiláné (Szűcs Gábor tanára),
Osváth Emese (Gyenizse Gergő tanára),
Pataki János (Nagy Csaba tanára),
Pósa Lajos (Gyenizse Gergő, Hujter Bálint, Korándi Dániel, Lovász László Miklós, Nagy Csaba és Szűcs Gábor tanára),
Surányi László (Korándi Dániel és Lovász László Miklós tanára),
Szászné Simon Judit (Hujter Bálint tanára).

Ugyancsak szeretnék külön köszönetet mondani *Dobos Sándornak,* a központi olimpiai előkészítő szakkör vezetőjének.

A vendéglátók kiemelt jelentőséget tulajdonítottak az Olimpiának: a megnyitóünnepségen megjelent és beszédet mondott a miniszterelnök, a záróünnepségen pedig az államelnök. Mindkét (többórás) eseményt élő egyenes adásban közvetítette az állami televízió!

Vietnamban nagyon sok érdekes látnivaló található, bár ezek élvezetét megnehezíti a párás hőség. Noha mi a hatalmas kiterjedésű országnak csak egy kicsiny, északon fekvő részére jutottunk el, mindannyiunknak felejthetetlen élmény volt a világörökség részét képező Halong-öbölben tett hajókirándulás és Hanoi is sok látványossággal szolgált.

A jövő évi diákolimpiát Spanyolország fővárosában, Madridban rendezik, július 10–22. között.

A 48. Nemzetközi Matematikai Diákolimpia feladatai[1]

Első nap

1. feladat. Adottak az $a_1, a_2, \ldots, a_n$ valós számok. Mindegyik i-re $(1 \le i \le n)$ legyen

$$d_i = \max\{a_j : 1 \le j \le i\} - \min\{a_j : i \le j \le n\}$$

és legyen

$$d = \max\{d_i : 1 \le i \le n\}.$$

(a) Bizonyítsuk be, hogy tetszőleges $x_1 \le x_2 \le \ldots \le x_n$ valós számokra

$$(*) \qquad \max\bigl\{|x_i - a_i| : 1 \le i \le n\bigr\} \ge \frac{d}{2}.$$

(b) Mutassuk meg, hogy vannak olyan $x_1 \le x_2 \le \ldots \le x_n$ valós számok, amelyekre $(*)$-ban az egyenlőség áll fenn.

2. feladat. Tekintsünk öt olyan A, B, C, D, E pontot, amelyekre $ABCD$ egy parallelogramma, $BCED$ pedig egy húrnégyszög. Legyen ℓ egy, az A ponton átmenő egyenes. Tegyük fel, hogy ℓ a DC szakaszt az F belső pontban metszi, a BC egyenest pedig a G pontban. Tegyük fel továbbá, hogy $EF = EG = EC$. Bizonyítsuk be, hogy ℓ a $DAB\sphericalangle$ szögfelezője.

3. feladat. Egy matematikai verseny résztvevői közül némelyek barátok. A barátság mindig kölcsönös. Nevezzük a versenyzők egy halmazát *klikknek,* ha akárhogyan választva közülük kettőt, ők barátok. (Speciálisan bármelyik, kettőnél kevesebb versenyzőből álló halmaz klikk.) Egy klikk tagjainak a számát a klikk *méretének* fogjuk nevezni.

Ha tudjuk, hogy ebben a versenyben a legnagyobb méretű klikk mérete páros szám, bizonyítsuk be, hogy elhelyezhetjük a versenyzőket két teremben olymódon, hogy az egyik teremben található legnagyobb méretű klikk mérete egyenlő legyen a másik teremben található legnagyobb méretű klikk méretével.

Második nap

4. feladat. Az ABC háromszögben a $BCA\sphericalangle$ szögfelezője a körülírt kört az R pontban metszi $(R \ne C)$, a BC szakasz felezőmerőlegesét P-ben, az AC szakasz felezőmerőlegesét pedig Q-ban. A BC szakasz középpontja K, az AC szakasz középpontja pedig L. Bizonyítsuk be, hogy az RPK és RQL háromszögek területe egyenlő.

5. feladat. Legyenek a és b pozitív egészek. Bizonyítsuk be, hogy ha $4ab - 1$ osztója $(4a^2 - 1)^2$-nek, akkor $a = b$.

6. feladat. Legyen n pozitív egész. Tekintsük a háromdimenziós tér $(n+1)^3 - 1$ pontjából álló alábbi halmazt:

$$S = \bigl\{(x, y, z) : x, y, z \in \{0, 1, \ldots, n\},\ x + y + z > 0\bigr\}.$$

Határozzuk meg azon síkok számának a minimumát, amelyekre igaz az, hogy uniójuk tartalmazza az S halmaz minden pontját, de nem tartalmazza a $(0, 0, 0)$ pontot.

[1] Az olimpia honlapja: `http://www.imo2007.edu.vn/`.