

Az egyenlet mindkét oldalát xyz -vel szorozva, majd átrendezve

$$(2) \quad (x - z)(y - z) = z^2.$$

A bal oldal két tényezője relatív prím. Tegyük fel, hogy a p prímszám osztója $(x - z)$ -nek és $(y - z)$ -nek is. Ekkor a (2) egyenlet szerint p osztója z -nek, és így osztója az $x = (x - z) + z$, valamint $y = (y - z) + z$ számoknak is. Ez pedig ellentétben van azzal a feltevésünkkel, hogy az x , y és z -nek nincs 1-nél nagyobb közös osztója.

Két relatív prím szám szorzata csak úgy lehet négyzetszám, ha mind a két tényező négyzetszám, azaz

$$x - z = a^2, \quad y - z = b^2, \quad z = ab.$$

Végül $x + y = (x - z) + 2z + (y - z) = a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$, amivel a feladat állítását bizonyítottuk.

Megjegyzés. Egyúttal azt is megkaptuk, hogy (1) összes pozitív egész megoldása felírható

$$\frac{1}{ac(a+b)} + \frac{1}{bc(a+b)} = \frac{1}{abc}$$

alakban, ahol $(a, b) = 1$, c pedig tetszőleges.