

Legyen a föltevés szerinti ABC háromszög beírt körének középpontja O , magasságpontja M , és menjen át a kérdéses k_0 kör az A és B csúcson. (Az O, M, A, B pontokat természetesen különbözőknek tekintjük, hiszen az ellentétes esetben arra a semmitmondó föltevésre támaszkodnánk, hogy 3 pont 1 körön van.)

Ismeretes, hogy bármely ABC háromszög esetében az A, B, O pontokkal meghatározott kör – esetünkben ez a $k_0 - D$ középpontja rajta van a háromszög köré írt k kör C -t nem tartalmazó AB ívén (és természetesen felezi ezt az ívet), lásd Gy. 1762 (1978. évi 8–9. sz. 143. old.).

Másrészt azt is tudjuk, hogy minden háromszög esetében k átmegy M -nek az AB egyenesre mint tengelyre való M_c tükörképén. Eszerint esetünkben k_0 a k -nak a tükörképe az AB tengelyre. Így sugaraik egyenlők, tehát k_0 átmegy k -nak K középpontján is, és K az AB -nek azon a partján van, mint C , azaz mint O . Ezek szerint a DKA háromszög egyenlő oldalú, és $AKB \sphericalangle = 120^\circ$. Ebből pedig következik, hogy az ACB szög fele akkora, vagyis 60° .

Az A, B, O pontok mindenesetre különbözők, viszont M kivételesen egybe is eshet valamelyikükkel. Ha M azonos O -val, akkor rövidebben érünk célba: a CO egyenes kettős szerepet játszik: szögfelező és magasságvonal, tehát $CA = CB$, és ez áll AO -ra, BO -ra is, ABC egyenlő oldalú háromszög, $\gamma = 60^\circ$.

Ha viszont M az A és B valamelyikével azonos, akkor annál a csúcsnál derékszög van a háromszögben, és A, B, M nem határoz meg kört, a harmadik csúcsnál tetszőleges hegyesszög lehetne. Ámde – mint előrebocsátottuk – a föltevés csak akkor mond valami érdemlegeset, ha négy különböző pontról állítja, hogy egy körön vannak.

Megjegyzések. 1. Többen két alesetben vizsgálták a kérdést aszerint, hogy M és O az AB egyenesnek ugyanazon a partján van vagy nem. Ez a – különben helyes – óvatosság a fenti megfontolásban fölösleges volna; akkor helyénvaló, ha (M tükrözése helyett) az AMB szöget – ami valóban vagy egyenlő AOB -vel, vagy annak kiegészítője 180° -ra – a magasságok felhasználásával számítjuk.

2. Többen tévesen nem föltevésnek tekintették a kitűzés első mondatát, hanem minden háromszögre érvényes tételnek. Így viszont hogy lehetne számítani? Az „egy”-nek „minden” vagy „bármely” értelemben való – mintegy felkiáltás jellegű – használata előfordulhat szépirodalmi szövegekben, de matematikai szövegekben nem szokásos. Több más szabatos matematikai fogalmazásmód is van, amelyben a föltevést nem „ha” kezdetű mellékmondatban mondják ki.