A 2004–2005. tanévben a verseny 2004. november 10-én került megrendezésre a DE Matematikai Intézete és a BJMT Hajdú-Bihar megyei Tagozata közös szervezésében. A verseny koordinátora *Lajkó Károly,* a versenybizottság vezetője *Kántor Sándorné* volt. A versenyen 1300-nál több tanuló vett részt a város és a megye középiskoláiból, akik évfolyamonként versenyeztek három kategóriában. Az 5 feladatból álló feladatsor kidolgozására 3 óra állt rendelkezésre. A versenybizottság sikeresnek értékelte a tanulók teljesítményét és 35 tanár 66 diákját részesítette helyezésben vagy dicséretben. A feladatsorokat a DE Matematikai Intézetének oktatói állították össze: 9. évfolyam: *Kovács András,* 10. évfolyam: *Kántor Sándor,* 11. évfolyam: *Bérczes Attila* és Kántor Sándorné, 12. évfolyam: Kántor Sándorné. Az idén a 11. és 12. évfolyam feladatsora bizonyult nehezebbnek.

A verseny eredményei (a következő rövidítéseket használtuk: TÁG: Tóth Árpád Gimnázium, DE Kossuth: DE Kossuth Gimnázium, Hszoboszló Hőgyes: hajdúszoboszlói Hőgyes Endre Gimnázium, Hböszörmény Bocskai: hajdúböszörményi Bocskai Gimnázium, FMG: debreceni Fazekas Mihály Gimnázium, Bethlen: Bethlen Gábor Kereskedelmi és Postaforgalmi Szakközépiskola):

9. évfolyam:

Gimnáziumok: I. díj: *Varga Imre* (Hszoboszló, Hőgyes), *Ruzicska Erzsébet* (DE Kossuth), II. díj: *Ancza Fruzsina* és *Szekeres Balázs* (Hböszörmény Bocskai), III. díj: *Szilágyi György* (TÁG) és *Marincsák Miklós* (Szent József Gimn.).

Speciális matematika tagozat (FMG): I. díj: *Tóth László* és *Csóka Győző,* III. díj: *Gaál Zsuzsanna.*

Szakközépiskolák: III. díj: *Dobi Katalin* és *Szabó Annamária* (Bethlen G. SzKI).

10. évfolyam:

Gimnáziumok: II. díj: *Kovács József* (Hböszörmény, Bocskai), III. díj: *Bíró Tamás* (TÁG) és *Csatári Tamás* (Hböszörmény Bocskai).

Speciális matematika tagozat (FMG): I. díj: *Berna Zoltán* és *Horváth Gergely,* II. díj: *Vincze János,* III. díj: *Lóska Ádám* és *Tóthmérész Lilla.*

Szakközépiskolák: –.

11. évfolyam:

Gimnáziumok: I. díj: *Máté Balázs* (TÁG) és *Kovács Péter* (DE Kossuth), II. díj: *Boros Péter* (TÁG).

Speciális matematika tagozat (FMG): III. díj: *Mikulán Attila.*

Szakközépiskolák: –.

12. évfolyam:

Gimnáziumok: I. díj: *Varga Zoltán* (Hszoboszló Hőgyes), II. díj: *Háló Albert* (TÁG) és *Sóvágó Sándor* (Hböszörmény Bocskai).

Speciális matematika tagozat (FMG): III. díj: *Kovács Máté.*

Szakközépiskolák: –.

A 9. évfolyam feladatsora

1. András a nagypapájától egy régi falióràt kapott. Az óra minden egész órakor annyit üt, amilyen számra a számlapon a kismutató éppen akkor mutat. Ezen kívül a szerkezetből minden óra 15 perckor 1, minden óra 30-kor kettő és minden óra 45-kor három ütés hallható. Egy nap alatt összesen hányat üt az óra? (*8 pont*)

2. Az utcáról az iskola kapujáig 5 lépcső vezet fel. Béla reggelente vagy egyesével vagy kettesével szedi a lépcsőfokokat. Hányféleképpen juthat fel Béla a lépcsőn? (*10 pont*)

3. Egy régi feladat szerint valaki elad két lovat és két nyerget. Az egyik nyereg ára 120 peták, a másiké 25 peták. Az első ló a drága nyereggel háromszor annyiba kerül, mint a második ló az olcsó nyereggel. A második ló a drága nyereggel viszont feleannyiba kerül, mint az első ló az olcsó nyereggel. Hány petákba kerül a drágább ló és mennyibe az olcsóbb? (*12 pont*)

4. Kössük össze egy szabályos háromszög egyik belső pontját a csúcsokkal. Minden esetben lehet-e az így kapott három szakaszból háromszöget szerkeszteni? (*14 pont*)

5. Oldjuk meg a valós számok halmazán az

$$[x] - \{x\} = 0$$

egyenletet. (*16 pont*)

Megjegyzés: Egy x szám $[x]$ egészrésze az a legnagyobb egész szám, amely nem nagyobb az x számnál. Egy x szám $\{x\}$ törtrésze az $x - [x]$ szám.

A 10. évfolyam feladatsora

1. Bontsa tényezőkre az
$$ab(a-b)-ac(a+c)+bc(2a+c-b)$$
kifejezést! (*8 pont*)

2. Két pozitív egész szám hányadosa $\frac{3}{8}$, összege egy prímszám köbe. Melyek ezek a számok? (*12 pont*)

3. Szerkessze meg azt az egyenlőszárú háromszöget, amelynek adott a szárszöge és a szárához tartozó súlyvonal hossza! (*12 pont*)

4. Bizonyítsa be, hogy ha két pozitív egész szám négyzetének összege osztható hárommal, akkor osztható kilenccel is! (*12 pont*)

5. Egy háromszögben két-két magasság hosszát összeadva, a kapott három szám aránya $5:7:8$. Mennyi a háromszög oldalainak az aránya? (*16 pont*)

A 11. évfolyam feladatsora

1. Bizonyítsa be, hogy
$$3(a^2+b^2+c^2+d^2)\geq 2(ab+ac+ad+bc+bd+cd).$$
Mikor állhat fenn egyenlőség? (*8 pont*)

2. Oldjuk meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet:
$$\sqrt{x+4\sqrt{x-4}}=x-3. \qquad (\textit{10 pont})$$

3. Bizonyítsuk be, hogy minden n természetes szám esetén $(n+1)(5^n-3^n)$ osztható 4-gyel. (*12 pont*)

4. Az ABC háromszögben $AB=13$, $BC=14$, $AC=15$, a súlyvonalak metszéspontja S. Az A, B és C pontokat az S pont körül $180°$-kal elforgatva rendre az A', B', C' pontokat kapjuk. Mennyi az ABC és $A'B'C'$ háromszöglapok egyesítésével keletkező síkidom területe? (*14 pont*)

5. Legyen $f\colon \mathbb{R}\setminus\{3\}\to\mathbb{R}$ egy függvény. Bizonyítsuk be, hogy amennyiben
$$f\left(\frac{3x+1}{x-3}\right)=2f(x)+3, \quad \text{ha} \quad x\in\mathbb{R}\setminus\{3\},$$
akkor f konstans függvény. (*16 pont*)

A 12. évfolyam feladatsora

1. 4 millió forint készpénzünket a bank ajánlatára változó kamatozásra tettük be 3 éves futamidőre. Az első évben 10%-os volt a kamatláb, a második évben a bank a kamatlábat p%-kal, a harmadik évben ismét p%-kal emelte meg. Így a harmadik év végén 293 920 Ft-tal többet kaptunk, mintha 3 éven át 10%-os kamatos kamatra helyeztük volna el a pénzünket. Hány %-os volt a kamatlábemelés a 2. és 3. évben? (*9 pont*)

2. Legyenek u és v olyan egész számok, amelyekre $0<v<u$ teljesül! Az $A(u;v)$ pontot tükrözzük az $y=x$ egyenletű egyenesre. A tükörképet jelöljük B-vel, a B pontnak az y tengelyre vonatkozó tükörképét C-vel, a C pontnak az x tengelyre vonatkozó tükörképét D-vel, a D pontnak az y tengelyre vonatkozó tükörképét E-vel.

Az így keletkező $ABCDE$ ötszög területe 451. Adjuk meg az ötszög csúcspontjainak koordinátáit! (*12 pont*)

3. Az ABC háromszöget a BC oldalával párhuzamos e egyenessel úgy tudjuk kettévágni, hogy a keletkező két síkidom területe is és kerülete is egyenlő.

Bizonyítsa be, hogy az ABC háromszög $d_{BC}=a$, $d_{AC}=b$, $d_{AB}=c$ oldalai között a $b+c=a\left(\sqrt{2}+1\right)$ összefüggés érvényes! (*12 pont*)

4. Egy téglatest A csúcsából induló éleinek hossza 1, 2, 3. Ezeknek az éleknek az A csúcstól különböző végpontjai egy síkot határoznak meg. Milyen távol van az A csúcs ettől a síktól? (*13 pont*)

5. Két számtani sorozat azonos indexű tagjait összeszoroztuk. Így kaptuk meg a $c_0=a_0b_0=1440$, $c_1=a_1b_1=1716$, $c_2=a_2b_2=1848$, $\ldots$, $c_n=a_nb_n$ sorozatot. Határozza meg ennek a sorozatnak a nyolcadik tagját! (*14 pont*)