Az egyenlet két gyökének szorzata 0 és 1 közé esik, azaz a gyökök és együtthatók közti összefüggés alapján $0 < c/a < 1$, innen

$$0 < \sqrt{c} < \sqrt{a}. \tag{1}$$

Hasonlóan a két pozitív gyök összege $-b/a$, ami azt jelenti, hogy $b < 0$. Az egyenletnek két valós gyöke van, tehát a diszkrimináns pozitív, azaz

$$-b > 2\sqrt{ac}. \tag{2}$$

A nagyobbik gyök is kisebb 1-nél:

$$\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} < 1,$$

amit átrendezve

$$a + c > -b. \tag{3}$$

(2) és (3) alapján $2\sqrt{ac}$ és $(a + c)$ között található egész szám. Mivel $(a + c)$ maga is egész, ez csak úgy lehet, ha a két szám különbsége egynél nagyobb: $a + c - 2\sqrt{ac} > 1$. Innen $(\sqrt{a} - \sqrt{c})^2 > 1$, azaz (1) miatt $\sqrt{a} - \sqrt{c} > 1$. De c pozitív egész, tehát legalább 1, vagyis $\sqrt{a} > 2$, amiből $a \geq 5$.

Látható, hogy $a = 5$-re már található megfelelő egyenlet: c-t 1-nek, b-t pedig -5-nek választva, valóban 0 és 1 közé eső különböző gyököket kapunk.