

Ha az (1) egyenletet nullára redukáljuk, majd a

$$\cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha = (\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha)(\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha) = \cos 2\alpha$$

mintájára azonos átalakításokat hajtunk végre, a következő egyenletet kapjuk:

$$\cos 2x + \cos 4x + \cos 6x = 0.$$

Ismert azonosságok alapján

$$\begin{aligned}\cos 2x &= \cos(4x - 2x) = \cos 4x \cdot \cos 2x + \sin 4x \cdot \sin 2x, & \text{és} \\ \cos 6x &= \cos(4x + 2x) = \cos 4x \cdot \cos 2x - \sin 4x \cdot \sin 2x.\end{aligned}$$

Ezek felhasználásával egyenletünk a következő alakba írható:

$$\cos 4x \cdot (2 \cos 2x + 1) = 0.$$

Ez akkor és csak akkor teljesül, ha vagy  $\cos 4x = 0$ , vagy  $2 \cos 2x + 1 = 0$ . Az első esetben  $\cos 4x = 0$ , ha  $4x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ , vagyis

$$x_1 = \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4} = (2k + 1)\frac{\pi}{8}.$$

A másik esetben  $\cos 2x = -\frac{1}{2}$ . Ekkor  $2x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2k\pi$ , azaz

$$x_2 = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi = (3k \pm 1)\frac{\pi}{3}.$$

( $k$  mindkét esetben tetszőleges egész számot jelöl.) Mivel átalakításaink megfordíthatóak voltak, az (1) egyenletet is ezek és csak ezek az  $x$  értékek elégítik ki.

*Mészáros Gyula* (Budapest, Leövey K. Gimn., IV. o. t.)