A szerkesztőségnek tömérdek munkája van. Arra kéri olvasóit, segítsenek a munkában: döntsék el, közölnék-e a lapban az alábbi két feladatot, illetőleg az alábbi megoldással közölnék-e.

1. feladat. *Bizonyítsuk be, hogy*

$$\frac{1+a+a^2+\ldots+a^{n-1}+a^n}{a+a^2+\ldots+a^{n-1}} \geqq \frac{n+1}{n-1},$$

ha $a>0$ *és* n *1-nél nagyobb természetes szám.*

Megoldás: A számtani közép nem kisebb a mértani középnél. Ezt a számlálóban, majd a nevezőben álló számokra felhasználva

$$\begin{aligned} 1+a+a^2+\ldots+a^{n-1}+a^n &\geqq (n+1)\sqrt[n+1]{1\cdot a\cdot a^2\ldots a^{n-1}\cdot a^n}, \\ a+a^2+\ldots+a^{n-1} &\geqq (n-1)\sqrt[n+1]{a\cdot a^2\ldots a^{n-1}} \end{aligned}$$

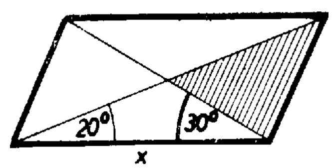
Mindkét oldalon pozitív mennyiségek állnak, tehát a két egyenlőtlenség hányadosát véve kapjuk, hogy

$$\frac{1+a+a^2+\ldots+a^n}{a+a^2+\ldots+a^{n-1}} \geqq \frac{n+1}{n-1}\cdot\frac{\sqrt[n-1]{a^{1+2+\ldots+n}}}{\sqrt[n-1]{a^{1+2+\ldots+(n-1)}}} =$$

$$= \frac{n+1}{n-1}\cdot\frac{\sqrt[n+1]{a^{\frac{(n+1)n}{2}}}}{\sqrt[n+1]{a^{(n-1)n}}} = \frac{n+1}{n-1}\cdot\frac{a^{\frac{n}{2}}}{a^{\frac{n}{2}}} = \frac{n+1}{n-1}.$$

Ezzel a bizonyítandó egyenlőtlenséget igazoltuk.

2. feladat. *Egy paralelogramma területe* 100 cm^2*. A négyszöget átlói négy háromszögre bontják, amelyek közül kettő-kettő egybevágó. Az egyik háromszög területe* 20 cm^2*. A másik (vele nem egybevágó háromszögben szereplő paralelogramma-oldalon nyugvó két szög* $30°$*, ill.* $20°$*. Milyen hosszú az említett paralelogramma-oldal?*



Megoldás: A paralelogrammát egy átlója két egybevágó háromszögre bontja, így egy ilyen háromszög területe 50 cm². A másik átló meghúzásával ez két újabb háromszögre bomlik; mivel egyik területe 20 cm², a másiké 30. Ha a kérdéses paralelogramma-oldalt x-szel jelöljük, az x oldalból és a három ismert szögből – $20°$, $30°$, ill. $180° - (20° + 30°) = 130°$ – a háromszög területe ismert képlet alapján meghatározható:

$$\frac{x^3\sin 20°\sin 30°}{2\sin 130°} = 30.$$

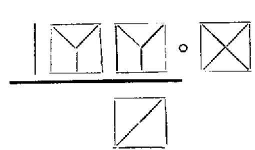
Ebből:

$$x = \sqrt{\frac{60\sin 50°}{\sin 20°\sin 30°.}}$$

A kérdéses paralelogramma-oldalt kiszámítottuk. Ebből a szögfüggvényértékeket logaritmustáblából kikeresve s a műveleteket elvégezve x számértékét közelítőleg is megkaphatjuk.

– Harmadik feladatként oldjuk meg a következőt:

3. A világűr rakéta a Marsba érkezik. Az utasok egy iskolát látogatnak meg. Egy üres tanterem tábláján befejezetlen szorzás-példát látnak:



Megértik a vonaldarabok számából, hogy a befejezetlen művelet arab számokkal:

$$\begin{array}{c} \underline{177\cdot 6} \\ 5 \end{array}$$

A marslakók számrendszerének, úgy látszik, nem 10 az alapszáma. Gondolkozni kezdenek, hogy akkor mi lehet. Gondolkozzunk mi is, és fejezzük be a szorzást

*

A megoldások beküldésének feltételei ugyanazok, mint a többi kitűzött feladatnál. Mindhárom feladat *külön* példának számít. A mindhármat beküldők közül a legjobb 50 megoldás szerzőinek nevét közöljük. Ezek közül a három legszabatosabban indokolt megoldás beküldői könyvjutalomban részesülnek. Ezenkívül vigaszdíjak sorshúzás alapján azok közt, akik legalább egy feladatot helyesen oldottak meg.