

Ebben a tanévben ismét új tanulók kapcsolódtak be a feladatmegoldásba. Régi megoldóink számára is hasznos lesz, ha elmondjuk a dolgozatokkal kapcsolatos eddigi észrevételeinket, és néhány gyakorlati tanácsot adunk.

Az elmúlt években beérkezett dolgozatok azt bizonyítják, hogy *elsősorban a feladatok fizikai része* okoz gondot a megoldóknak. A több körülményt igénylő feladatok, ahol igen fontos a feltételek helyes fizikai értelmezése, és a feladat megoldása főleg fizikai jellegű megfontolásokat követel, általában nehézségek elé állították a versenyzőket. A gondolatmenet matematikai része ritkábban jelentett problémát. Sok esetben a megoldók a hangsúlyt az utóbbira fektetik, mutatja ezt az is, hogy a többletmegoldások jórészt csupán matematikailag jelentenek újat, pedig ennél sokkal értékesebb a feladat alapos diszkussziója. Pontosabban arról van szó, hogy a versenyzők nem tudtak *helyes kapcsolatot* teremteni a gyakorlat, a fizikai feltételek, valamint az elvonatkoztatás után végzett formális számolás, matematikai megfontolások között. Emellett többször előfordult néhány, kifejezetten a matematika területére tartozó hiba is.

A fizikai jellegű megfontolások gyakorlására igen hasznosak az olyan problémák, amelyeknél a feltételek, adatok a feladat szövegében részletesen nem szerepelnek. Csupán a kérdés lényege; azaz tulajdonképpen valamely *jelenség* vizsgálatától van szó. Ezek megoldását azután esetleg kísérleti úton is ellenőrizhetjük. Itt ilyen feladatokkal nem foglalkozunk, csak a *szigorúbb értelemben vett fizikai feladatokkal* („példákkal”). Ezeknél lényegében adottak bizonyos feltételek, mennyiségek, és az adatok alapján a fizikai törvények és matematikai eszközök segítségével a feltett kérdésre választ adhatunk. Elsősorban a gyakorlati, fizikai, valamint a matematikai vonatkozások közötti összefüggéseket fogjuk megvizsgálni.

Milyen *főbb lépésekből* áll egy fizikai feladat megoldása?

1. A megadott feltételekből, adatokból kiindulva a megfelelő fizikai törvények felhasználásával a problémát a matematika nyelvére fordítjuk.

2. A nyert matematikai problémát (pl. egyenletet, egyenletrendszert, szélsőértékfeladatot stb.) megoldjuk.

3. A matematikai eredményt fizikailag taglaljuk és értelmezzük.

Nézzük meg, milyen nehézségek adódnak az egyes lépések során. Az *első lépés* a matematikai feltételek kihámozása. Előfordulhat ekkor, hogy bizonyos körülmények, illetve adatok a feladat szövegében explicite nem szerepelnek, egyes mellékjelenségektől el kell tekintenünk. A nem szereplő adatokat esetleg máshonnan ismerjük, vagy pedig nem lesz rájuk szükség, a feladat ezek ismerete nélkül is megoldható, a megoldás nem függ tőlük. Matematikailag az utóbbi egy újabb ismeretlen bevezetését jelenti. Különösen sok nehézséget okozhat az, hogy mely körülményeket tartunk lényegesnek, melyeket lényegteleneknek. Célszerű ezért a végzett absztrakciót például a következő szempontok szerint megvizsgálni. Melyek azok az absztrakciók, amelyeket tettünk? Miért és mennyire jogosak ezek? Ennek megfelelően az eredmény milyen fokig fogja tükrözni a valóságot? Milyen esetekben nem engedhető meg esetleg az illető absztrakció, elhanyagolás?

A feltételek, adatok rögzítése után meg kell találnunk a megfelelő fizikai törvényeket és alkalmaznunk kell azokat az adott esetben. Ennek során igen fontos figyelembe venni azt, hogy a felhasznált képletek milyen feltételek mellett érvényesek. Sokszor előfordul, hogy a megoldók egy-egy képletet mechanikusan, a fizikai tartalom, jelentés figyelembevétele nélkül alkalmaznak!

A megoldás *második része* tulajdonképpen matematika. Nem szabad ennek fontosságát sem lebecsülnünk, szeretnők néhány kritikus pontra felhívni a figyelmet. Vigyáznunk kell az egyes lépések logikai tisztaságára: például arra, mikor beszélhetünk következményről és mikor ekvivalenciáról. A kapott eredményről nem elég belátnunk, hogy csak az lehet megoldás, igazolnunk kell azt is, hogy ez valóban kielégíti a feladat követelményeit. Másrészt nem elegendő megmutatni azt, hogy bizonyos értékek kielégítik a feladat követelményeit, hanem arról is meg kell győződnünk, hogy más megoldás nem létezik. Nehézséget szokott okozni a numerikus számolás is, hogy az egyes részeredményeket milyen alakban (közönsgés vagy tizedestört alakjában), milyen pontosságig határozzuk meg, és a végeredmény mennyire tekinthető pontosnak. Ezzel kapcsolatban utalunk a középiskolai matematikai anyagban is szereplő elemi ismeretekre, amelyek a korlátolt pontosságú számításokra vonatkoznak. A legcélszerűbben akkor járunk el, ha a számolást először betűkkel végezzük el, és csupán a végképletbe helyettesítjük be a numerikus adatokat.

Előfordulhat, hogy olyan jellegű matematikai problémára jutunk, amelyet általában csak a középiskolai tananyagot meghaladó ismeretekkel (például differenciálszámítással) lehet megoldani. Ekkor keressünk az adott speciális esetre valamilyen elemi megoldást, vagy próbálkozzunk közelítő módszerrel, illetőleg grafikus eljárással.

A feladatmegoldás *harmadik része* a nyert matematikai eredményt ismét a fizika nyelvére fordítja, a kapott összefüggéseket, számszerű eredményeket fizikailag értelmezi. Világosan különbséget kell azonban tenni a matematikai és a fizikai értelemben vett megoldás, eredmény között. Előfordulhat, hogy a matematikai problémának (például egyenletnek) több megoldása van, fizikailag azonban csak egynek van értelme, vagy esetleg nem is létezik megoldás. Gondoljunk például a „Szappanhártyák minimálfelületei” című cikk nyomán az 1962. és 1963. évi K. M. L. számokban közölt feladatokra; a kísérlet több esetben azt bizonyítja, hogy a számítás útján nyert eredmény nem felel meg pontosan a valóságnak, a tett feltételezéssel megfogalmazott matematikai feladat megoldása nem azonos a fizikai probléma megoldásával.

A fizikai feladatok igen különböző jellegűek lehetnek, és így a *részleteket* illetően receptet nem mondhatunk. Sok esetben azonban célszerű az alábbiak szerint eljárunk.

1. *Kiindulás.* Olvassuk el többször a feladat szövegét. Írjuk fel a szövegben fellelhető összefüggéseket, lényeges szavakat, számadatokat.

2. *Felmérés.* Állapítsuk meg, milyen jelenségek szerepelnek a feladatban. Írjuk fel a fizikai jelenségekre jellemző összefüggéseket.

3. *Felállítás.* 1. és 2. alapján írjuk fel a feladatot matematikai összefüggések alakjában. (Célszerű a tisztán betűjelzéses, algebrai írásmód.)

4. *A megoldhatóság vizsgálata.* A kapott összefüggéseket a mechanikus megoldás előtt célszerű ellenőrizni abból a szempontból, hogy

a) megfelelnek-e a feladat szövegének;

b) dimenzió szempontjából helyes összefüggések-e;

c) matematikailag megoldhatók-e (például van-e annyi egymástól független egyenletünk, ahány ismeretlent ki kell fejeznünk)?

5. *Algebrai megoldás.* 4. alapján sok esetben algebrai jellegű végképletet nyerhetünk.

6. *Ellenőrzés.* A kapott képletet behelyettesítéssel ellenőrizzük.

7. *Számszerű helyettesítés.* A példa kezdeti számadatait – ha erre szükség van – átszámítjuk megfelelő egységekre. Az algebrai végképletbe behelyettesítjük az így nyert számadatokat.

8. *A numerikus eredmények ellenőrzése.* A számszerű végeredményeket visszahelyettesítve ellenőrizzük a megoldás helyességét. Egyezés esetén még csak azt kell megvizsgálunk, hogy a végeredmény olyan mértékegységekben van-e kifejezve, amilyenekben a feladat kívánja.

Természetesen a felsorolt lépések közül egyesek kimaradhatnak, esetleg más sorrendet célszerű követnünk, hiszen az előbbiek nem vonatkoznak minden feladatra.

Jó munkát és minél több sikert kíván olvasóinak

**a Szerkesztőség**