Jelöljük az (1) bal oldalán álló összeg értékét s_n-nel. Megmutatjuk hogy

$$\lim_{n\to\infty} s_n = \infty, \qquad \lim_{n\to\infty} \frac{s_n}{n} = 0. \tag{2}$$

Ehhez először is megjegyezzük, hogy az $\{s_n\}$ sorozat monoton nő, az s_n/n sorozat monoton csökken. Ez utóbbi azért igaz, mert

$$\frac{s_n}{n} - \frac{s_{n+1}}{n+1} = \frac{(n+1)s_n - n\left(s_n + \dfrac{1}{n+1}\right)}{n(n+1)} = \frac{s_n - \dfrac{n}{n+1}}{n(n+1)} > 0.$$

Így elég bizonyítani, hogy az első sorozatnak tetszőlegesen nagy, a másodiknak tetszőlegesen kicsi tagja is van. Minden k természetes számra fennáll az

$$\frac{1}{2} < \frac{1}{2^k+1} + \frac{1}{2^k+2} + \ldots + \frac{1}{2^{k+1}} < 1$$

egyenlőtlenség, hiszen a 2^k darab összeadandó mindegyike 2^{-k-1} és 2^{-k} közé esik. Így s_{2^k}-t

$$1 + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{2^{k-1}+1} + \cdots + \frac{1}{2^k}\right)$$

alakban írva kapjuk, hogy

$$1 + \frac{1}{k} \leqq s_{2^k} < k + 1.$$

Ebből annak alapján, hogy $(k+1)/2^k$ tart nullához, kapjuk a (2) határértékeket.

A feladat állításának igazolásához tehát elég belátni, hogy nincsenek olyan $p(x)$ és $q(x)$ polinomok, melyekre egyszerre

$$\lim_{n\to\infty} \frac{p(n)}{q(n)} = \infty \qquad \text{és} \qquad \lim_{n\to\infty} \frac{p(n)}{n \cdot q(n)} = 0$$

is fennállna. Ugyanis ha p foka α és q foka β, akkor az első egyenlőség akkor és csak akkor áll, ha $\alpha > \beta$ és a két polinom kezdő együtthatóinak az előjele megegyezik. Az $x \cdot q(x)$ polinom foka $\beta + 1$, így a második egyenlőség csak akkor áll, ha $\alpha < \beta + 1$, ellentmondásban az $\alpha > \beta$-val.