

I. rész

1. a) $A = 101^{100^{99}}$, $B = 99^{100^{101}}$. Melyik szám a nagyobb, A vagy B ? (7 pont)
- b) Írja föl az $f(x) = x^2$ függvény azon érintőjének az egyenletét, amelyik az x -tengely pozitív félegyenesével 60° -os szöveget zár be. (6 pont)
2. Hol a hiba az alábbi okoskodásokban? Mi az egyenlet megoldása az a) esetben és mennyi a szóban forgó valószínűség a b) kérdésben?
- a) A $\sqrt{x} = -x$ egyenletnek nincs megoldása, mert egy szám négyzetgyöke nem lehet negatív. (4 pont)
- b) Mennyi annak a valószínűsége, hogy hét szabályos kockát feldobva van 1-es a számok között? Annak a valószínűsége, hogy egyetlen szabályos kockával 1-est dobunk, $\frac{1}{6}$. Eszerint annak a valószínűsége, hogy két szabályos kockát feldobva van 1-es a kijött számok között, kétszer ennyi, $\frac{1}{3}$; így tehát a kérdéses valószínűség 7-szer ennyi, $\frac{7}{6}$, az esemény bekövetkezése több, mint bizonyos. (5 pont)
- c) Egy méter 100 centiméter, tehát $\frac{1}{4}$ méter = 25 centiméter. Az $\frac{1}{4}$ négyzetgyöke $\frac{1}{2}$, a 25 négyzetgyöke 5, tehát $\frac{1}{2}$ méter = 5 centiméter. (4 pont)
3. Egy trapéz magassága, egyik, illetve másik átlója ebben a sorrendben egy $q = 2$ hányadosú mértani sorozat három szomszédos tagja. A trapéz területe $T = \sqrt{60} + \sqrt{12}$ területegység. Mekkora a trapéz magassága? (12 pont)
4. Oldja meg az alábbi egyenlőtlenségeket a valós számok halmazán:
- a) $2x^4 \leq x^2 + 1$. (5 pont)
- b) $2 \cos^2 x \geq \cos x + 1$. (8 pont)

II. rész

5. a) A pozitív egész A és B számok összege 1000. Igazolja, hogy A^2 utolsó három számjegye egyenlő B^2 utolsó három számjegyével. (4 pont)
- b) Adjon meg olyan pozitív egész A és B számokat, amelyek összege 1000 és A^2 utolsó négy számjegye egyenlő B^2 utolsó négy számjegyével. (3 pont)
- c) Hány pozitív osztója van a $H = 2^{24} - 1$ számnak? (9 pont)
6. Egy dobozban pénzermék és golyók vannak, amelyek ezüstből vagy aranyból készültek. A dobozban lévő tárgyak 20%-a golyó, a pénzermék 40%-a ezüst, az aranytárgyak 80%-a érme.
- a) A dobozban lévő tárgyak hány százaléka arany pénzérme? (4 pont)
- b) A dobozból véletlenszerűen kihúzzunk egy tárgyat. Mekkora a valószínűsége, hogy ez a tárgy ezüstből készült? (4 pont)
- c) A dobozból véletlenszerűen kihúzzunk egy golyót. Mekkora a valószínűsége, hogy ez a golyó ezüstből készült? (4 pont)
- d) Értelmezze a b) és a c) feladatok eredményét a következő eseményekre: E : a kihúzott tárgy ezüstből van; G : a kihúzott tárgy golyó. (4 pont)
7. Egy számtani sorozat első tagja 9, a kilencedik tagja pedig 33.
- a) Határozza meg a fenti számtani sorozat azon tagjainak az összegét, amelyek 149 és 301 között vannak. (10 pont)

b) Mennyi a sorozat első huszonöt elemének a négyzetösszege?

(6 pont)

8. Egy klinikán olyan betegség kimutatására végeznek vérvizsgálatot, amelyikben száz ember közül átlagosan egy szenved. A vizsgálati személyek ötvenes csoportokban érkeznek és az eddigi gyakorlat szerint egyesével végzik el rajtuk a tesztet. Egyetlen vérminta vizsgálata 300 forintba kerül.

A klinika vezetője két módosító javaslatot kapott:

A) Egy-egy 50-es csoport vérmintáinak egy részét azonosítható módon tegyék félre, a másik részeket pedig öntsék össze és vizsgálják először a csoportos mintát. Ha ez negatív, akkor nyilván mindenki egészséges, ha pozitív, akkor a félretett egyéni mintákat vizsgálják egyesével.

B) Az A) javaslathoz hasonlóan először az 50-es csoport együttes vérmintáját vizsgálják meg. Ha ez pozitív, akkor minden egyes félretett egyéni minta feléből két 25-fős, csoportos mintát készítenek és ezeket ismét együttesen vizsgálják. Ha bármelyik csoport pozitívnak bizonyul, akkor annak a csoportnak a tagjait egyesével szűrik.

A klinika vezetőjeként változtatna-e az addigi gyakorlaton? Ha igen, akkor hogyan és miért?

(16 pont)

9. Az alábbi feladatok megoldása során kalkulátor *nem* használható. Eredményeit indokolja.

a) 1. Írja föl az $(1+x)^{10}$ hatvány kifejtésének első négy tagjának összegét az x növekvő hatványai szerint rendezve.

(2 pont)

2. A talált kifejezés alapján adjon közelítést $1,005^{10}$ értékére.

(1 pont)

3. Igazolja, hogy az így kapott közelítés négy tizedesjegyre pontos.

(5 pont)

b) 1. Ábrázolja az $f(x) = \frac{1500x+1}{500x-2}$ függvény grafikonját, ha $x > 1000$.

(2 pont)

2. Határozza meg az

$$\frac{1500x+1}{500x-2} = \frac{3x}{10000}$$

egyenlet pozitív megoldásának az egész részét.

(6 pont)