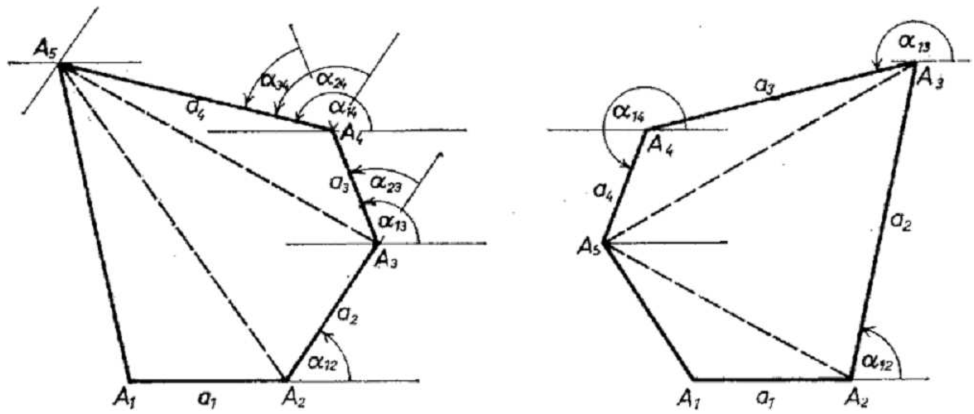

Az adott kifejezés első három tagjának

$$a_1(a_2 \sin\,\alpha_{12} + a_3 \sin\,\alpha_{13} + a_4 \sin\,\alpha_{14})$$

összege az $A_1A_2A_5$ háromszög területének 2-szeresét adja, mert a zárójelben az A_5 csúcsnak az A_1A_2 egyenes fölötti magassága áll (ami az ötszög konvexsége szerint pozitív). Valóban, a zárójel első tagja A_3-nak az a_1 oldal fölötti magassága, a második tag az A_4 és A_3 közti magasságkülönbség az előjelet is figyelembe véve (negatív, ha $\alpha_{13} > 180°$), végül a 3. tag ugyanígy A_5 és A_4 magasságának különbsége. (A konvexség alapján $\alpha_{14} \geq \alpha_{13} \geq \alpha_{12}$, ha sin α_{13} negatív, akkor sin α_{14} is.)

Hasonlóan $a_2(a_3 \sin\alpha_{23} + a_4 \sin\alpha_{24})$ az $A_2A_3A_5$ háromszög 2-szeres területe, az utolsó tag pedig az $A_3A_4A_5$ háromszögé. Így az ötszög A_5-ből kiinduló átlói által fölbontva az ötszög területének 2-szeresét soroltuk föl, hiszen a konvexség alapján a területet e 3 háromszög összege adja.

Megjegyzés. A kitűzött feladatot *S. L. Huilier* (1750–1840) tételeként olvastuk: Ha egy n-oldalú poligon egy oldalát elhagyjuk, és a maradékból képezzük a páronkénti szorzatokat, mindegyik szorzatot az illető oldalak közti szög sinusával is szorozzuk, ennek az $\dfrac{(n-1)(n-2)}{2}$ szorzatnak az összege a poligon területének a 2-szeresét adja. Ez egyik alaptétele a „poligonometriának". – Itt nincs szó konvexségről, mi viszont az egyszerűség kedvéért korlátozódtunk konvexségre és $n = 5$-re.