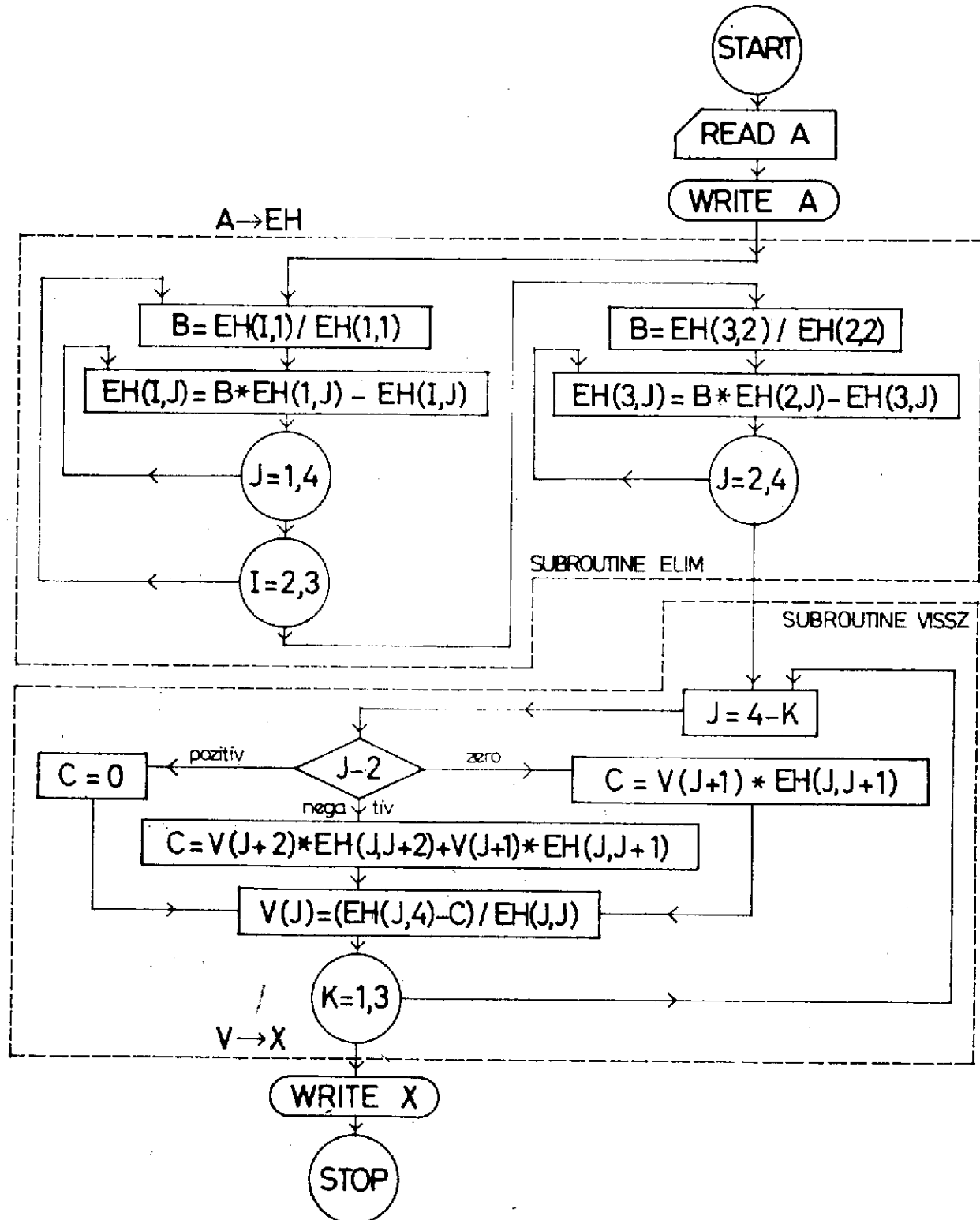


Az előző részben kitűzött feladat megoldása

Feladat:

Program készítenő, amely a példaként hozott egyenletrendszer együtthatóit kártyáról beolvassa, és az egyenletet eliminációs módszerrel megoldja. A program álljon két szubrutinból, az első az eliminációt, a második a visszahegytetést hajtsa végre. Nyomtatandók egymás alatti sorokban az adott egyenletrendszer egyenletei és néhány sorral ezek alatt az eredményül kapott gyökök. Az egyenletek együtthatói három kártyán helyezkednek el, egy kártyán 15-15 karakter szélességű mezőben három tizedesjegy pontossággal egy egyenlet együtthatói.



1. ábra

Megoldás:

A program, melynek blokkdiagramját az 1. ábrán látjuk, az alábbi lehet:

```

100 MASTER PR12
101 DIMENSION A(3, 4), X(3)
102 READ(1, 100)((A(I, J), J = 1, 4), I = 1, 3)
WRITE(3, 101)((A(I, J), J = 1, 4), I = 1, 3)
CALL ELIM(A)
CALL VISSZ (A, X)
WRITE(3, 102)((K, X(K)), K = 1, 3)
100 FORMAT (2(4F15.3/), 4F15.3)
101 FORMAT (1H1, 5(/), 30X, 22HAZEREDETIEGYUTHATOO.
X 8H MATRIX : ///3(30X, 4(F15.3, 5X)//))
102 Y FORMAT(///30X, 11HAGYOEKOEK : //3(30X, 1HX, |1,
3H =, F15.5//))
STOP
END
SUBROUTINE ELIM(EH)
DIMENSION EH(3, 4)
DO 2 I = 2, 3
B = EH(I, 1)/EH(1, 1)
DO 1 J = 1, 4
1 EH(I, J) = B * EH(1, J) - EH(I, J)
2 CONTINUE
B = EH(3, 2)/EH(2, 2)
DO 3 J = 2, 4
3 EH(3, J) = B * EH(2, J) - EH(3, J)
RETURN
END
SUBROUTINEVISSZ(EH, V)
DIMENSIONEH(3, 4), V(3)
DO 2 K = 1, 3
J = 4 - K
IF(J - 2)3, 4, 0
C = 0
GO TO 5
4 C = V(J + 1) * EH(J, J + 1)
GO TO 5
3 C = V(J + 2) * EH(J, J + 2) + V(J + 1) * EH(J, J + 1)
5 V(J) = (EH(J, 4) - C)/EH(J, J)
2 CONTINUE
RETURN
END
FINISH

```

Megjegyzés:

Bizonyára sokan vannak, akik az eliminációs részben az alábbi (vagy elvileg azzal megegyező) ciklust szervezték:

```

1 | DO 2 I = 2, 3
2 | DO 1 J = 1, 4
  | EH(I, J) = (EH(I, 1) * EH(1, J)/EH(1, 1) - EH(I, J)
  | CONTINUE

```

Ez hibás, mert ameddig $J=1$, addig $EH(I, 1)$ értékes 2, de ha $I=2$, akkor $EH(I, 1)$ értéke zérus és az is marad a negyedik ciklusig! Vagyis az első menetben a második egyenletnek csak az első együtthatója lenne helyes, a többi már nem.

6.1 fejezet folytatása

Tekintsünk most egy általánosan felírt elsőfokú n ismeretlenes egyenletrendszer:

$$a_{1, 1} \cdot x_1 + a_{1, 2} \cdot x_2 + \dots + a_{1, n} \cdot x_n = a_{1, n+1}$$

$$a_{2, 1} \cdot x_1 + a_{2, 2} \cdot x_2 + \dots + a_{2, n} \cdot x_n = a_{2, n+1}$$

⋮

$$a_{n, 1} \cdot x_1 + a_{n, 2} \cdot x_2 + \dots + a_{n, n} \cdot x_n = a_{n, n+1}$$

aminek rövidebb írásmódja:

$$\sum_{j=1}^n a_{i,j} x_j = a_{i,n+1} \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n)$$

(Ezek felelnek meg a korábban $E_{0,i}$ -val jelölt egyenleteknek.) A program az egyenletrendszerből csak az együtthatókat és az abszolút tagokat veszi át, mint adatokat, és ezekből számítja a gyököket.

Az együtthatók n soros, és $n + 1$ oszlopos mátrixot alkotnak:

$$\begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \dots & a_{1,n} & a_{1,n+1} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \dots & a_{2,n} & a_{2,n+1} \\ & & \vdots & & \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \dots & a_{n,n} & a_{n,n+1} \end{pmatrix} = [a_{i,j}]_{n,n+1}$$

Az a megszorítás, hogy csak inhomogén egyenletekkel foglalkozunk, azt jelenti, hogy a mátrix $(n + 1)$ -dik oszlopában nem lehet valamennyi elem zérus, azaz

$$\sum_{i=1}^n |a_{i,n+1}| \neq 0$$

Ezen kívül, mivel bizonyos együtthatókkal osztanunk kell, ideiglenesen feltételezzük, hogy az osztó együtthatók nem zérusok. Később ennek tisztázására visszatérünk. Az első menetből kapott egyenletek az alábbiak:

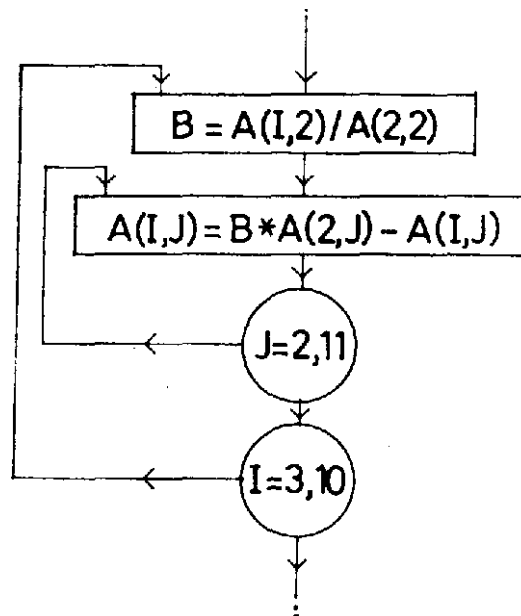
$$\begin{aligned} E_{1,1} &= E_{0,1} && \rightarrow \sum_{j=1}^n a_{1,j} \cdot x_j = a_{1,n+1} \\ E_{1,2} &= \frac{a_{2,1}}{a_{1,1}} \cdot E_{0,1} - E_{0,2} && \rightarrow \sum_{j=1}^n \left(\frac{a_{2,1}}{a_{1,1}} \cdot a_{1,j} - a_{2,j} \right) x_j = \frac{a_{2,1}}{a_{1,1}} \cdot a_{1,n+1} - a_{2,n+1} \\ E_{1,3} &= \frac{a_{3,1}}{a_{1,1}} \cdot E_{0,1} - E_{0,3} && \rightarrow \sum_{j=1}^n \left(\frac{a_{3,1}}{a_{1,1}} \cdot a_{1,j} - a_{3,j} \right) x_j = \frac{a_{3,1}}{a_{1,1}} \cdot a_{1,n+1} - a_{3,n+1} \\ E_{1,n} &= \frac{a_{n,1}}{a_{1,1}} \cdot E_{0,1} - E_{0,n} && \rightarrow \sum_{j=1}^n \left(\frac{a_{n,1}}{a_{1,1}} \cdot a_{1,j} - a_{n,j} \right) x_j = \frac{a_{n,1}}{a_{1,1}} \cdot a_{1,n+1} - a_{n,n+1}. \end{aligned}$$

A menet során az eredeti együttható mátrixot változtatjuk meg, mivel ha minden menetben újabb mátrixot akarnánk betölteni, igen nagy tárhelykapacitást kellene lekötnünk, fölöslegesen.

Az új együttható mátrixot is $[a_{i,j}]_{n,(n+1)}$ -el jelöljük és azt mondjuk, hogy az első menet során a mátrix elemeinek aktuális értéke megváltozott. Ennek eredményeként az első oszlopban a második sortól lefelé minden elem zérus.

Az eddig elmondottakat egy példán mutatjuk be:

Legyen az egyenletrendszer 10 ismeretlenes, jelöljük az együttható mátrixot \mathbf{A} -val. Az első menetet a 2. ábrán látható blokkdiagram alapján készített program valósítja meg.

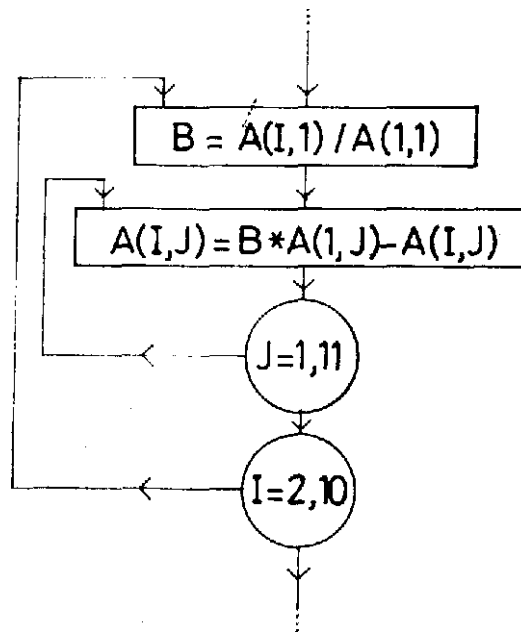


2. ábra

Visszatérve az általános tárgyalásmódra vizsgáljuk meg a második menetet.

$$\begin{aligned}
 E_{2,1} = E_{1,1} &\rightarrow \text{változatlan} \\
 E_{2,2} = E_{1,2} &\rightarrow \text{változatlan} \\
 E_{2,3} &\rightarrow \sum_{j=1}^n \left(\frac{a_{2,3}}{a_{2,2}} \cdot a_{2,j} - a_{3,j} \right) x_j = \frac{a_{2,3}}{a_{2,2}} \cdot a_{2,n+1} - a_{3,n+1} \\
 E_{2,4} &\rightarrow \sum_{j=1}^n \left(\frac{a_{2,4}}{a_{2,2}} \cdot a_{2,j} - a_{4,j} \right) x_j = \frac{a_{2,4}}{a_{2,2}} \cdot a_{2,n+1} - a_{4,n+1} \\
 &\vdots \\
 E_{2,n} &\rightarrow \sum_{j=1}^n \left(\frac{a_{2,n}}{a_{2,2}} \cdot a_{2,j} - a_{n,j} \right) x_j = \frac{a_{2,n}}{a_{2,2}} \cdot a_{2,n+1} - a_{n,n+1}
 \end{aligned}$$

Az együtttható mátrix aktuális értékei ezzel újra megváltoztak, mégpedig úgy, hogy a második oszlop elemei a harmadik sortól kezdve szintén zérus értékűek lettek. Példánkra vonatkozóan a 3. ábra mutatja a második menetnek megfelelő blokkdiagramot.



3. ábra

Az elmondottakból következik, hogy általános esetben $(n - 1)$, példánk esetében 9 menet lehetséges az elimináció során.

Feladat:

- 1) Blokkdiagram készítenő a 10 ismeretlenes lineáris egyenletrendszer eliminációs program részletéhez.
- 2) Az elkészült blokkdiagram alapján ELIM azonosítójú SUBROUTINE készítenő.