

Az alább közölt négy feladat, amelyet *dr. Pál Jenő* tanársegéd állított össze, az elmúlt néhány év felvételi feladatsorainak legnehezebb feladataival egyenlő nehézségű. A feladatok megoldásai beküldhetők. A dolgozatok javítását és értékelését a TTK V. éves mat.-fiz. Szakos tanárjelöltjeinek egy csoportja vállalta *Appel György* tanár vezetésével. A beküldött és kijavított dolgozatokat visszaküldik mindazoknak, akik mellékelnek egy felbélyegzett válaszborítékot saját nevükre és címükre kitöltve. Kérjük a beküldőket, hogy minden feladatot *külön lapra* írjanak. Minden lapra írják fel a nevüket és a feladat számát.

A feladatok megoldása természetesen nem számít bele a felvételi pontszámaiba. A tudáson kívül semmiféle előnyhöz nem juttatja a megoldókat.

A dolgozatokat a következő címre küldjék:

Appel György, Kosshuth Lajos Gimn.

Budapest XX., Ady E. u. 142.

1204

A beküldés határideje: 1979 április 20.

*

1. Bizonyítsuk be, hogy az $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$ hosszúságú szakaszokból akkor és csak akkor szerkeszthető háromszög, ha a

$$pa^2 + qb^2 > pqc^2$$

egyenlőtlenség teljesül minden olyan p és q valós számra, amelynek összege 1.

(16 pont)

2. Oldjuk meg a következő egyenletrendszert:

$$x_1 + \frac{2}{x_1} = 2x_2,$$

$$x_2 + \frac{2}{x_2} = 2x_3,$$

\vdots

$$x_{n-1} + \frac{2}{x_{n-1}} = 2x_n,$$

$$x_n + \frac{2}{x_n} = 2x_1.$$

(15 pont)

3. Egy háromszög csúcpontjainak a síkjában fekvő két, egymásra merőleges egyenestől mért távolságai természetes számok. Lehet-e a háromszög szabályos?

(13 pont)

4. Legyen n természetes szám, $a_1, \dots, a_n, 1\alpha_1, 1\dots, 1\alpha_n$ adott valós számok. Tegyük fel, hogy a valós számok halmazán értelmezett

$$f(x) = a_1 \cos(\alpha_1 + x) + a_2 \cos(\alpha_2 + x) + \dots + a_n \cos(\alpha_n + x)$$

függvényre

$$f(0) = f(x_1) = 0$$

teljesül valamely $x_1 \neq k\pi$ (k egész szám) esetén. Bizonyítsuk be, hogy ekkor minden x valós számra $f(x) = 0$.

(11 pont)