AZ ISKOLARÁDIÓ MATEMATIKA SZAKKÖRE

Rovatvezető: Herczeg János

A legközelebbi adásunk **1977. február 28-án (hétfőn) a 3. műsorban** hangzik el **15.30–16.00 óráig.** Címe: **Válasszuk a valószínűbbet!**

Ezzel az adással egy négyrészes sorozat indul a valószínűségszámításról. (A következő adások: Fogadjunk! (III. 28.), Mikor igazságos egy játék? (IV. 25.), A nagy számok törvénye és következményei (V. 23.). Tekintettel a téma fontosságára, a szokásosnál kicsit részletesebben foglalkozunk az adásokkal.

Előzmények

Vegyük elő lapunk 50/3-as számának a mellékletét. Eszerint felszabadulásunk utáni sorozatunk negyedik cikke Rényi Alfréd: Játék a véletlennel volt (*1*–101, 144)[1]. Ezt hamar követte a második: Prékopa András: A valószínűség elemei (*6*–33, 97). Aztán hosszú hallgatás következett. A kimutatás szerint valószínűségszámításból az első feladatunk a következő volt.

1571. Kata egyik kedvenc lottószáma a 84-es. Miután ezt 5 egymás utáni heti sorsolás közül 4-ben kihúzták (1967. szeptember–október), Panni így szólt: „No, most egy időre elbúcsúzhatsz a 84-esedtől.” Kati így válaszolt: „Azért mégis az a legvalószínűbb, hogy legközelebb a következő húzásban húzzák ki.” Panni erre ezt jegyezte meg: „Nem vagy kissé beképzelt a szerencsédtől ?” Mi a véleményünk a beszélgetéssel kapcsolatban?

(Megoldás *37*–61.) Az 1260. gyakorlat egy szerencsejátékról szólt (*40*–22), csak úgy mint az 1971. évi mat. II. oszt. második fordulós OKTV példa. PVK-ból az 58-adik volt az első témánkbeli (*41*–145), ebben kiszámoltuk, mi annak a valószínűsége, hogy egy találomra felvett háromszög „szokványos” legyen. A következő feladat ez volt:

1715. Egy lottóhúzás számait a szokásos módon, növekvően felsorolva két észrevételt tettünk (1970. febr. 13-án, 25, 34, 49, 68, 75):

A) az ötödik szám 3-szor akkora, mint az első,

B) A negyedik szám kétszer akkora, mint a második.

Mi a valószínűsége az A tulajdonság bekövetkezésének, mi a B tulajdonságénak, és mi a valószínűsége a két tulajdonság egyidejű fellépésének?

Egy ilyen megoldáskor két dolgot kell leszámolni, mennyi az összes eset száma (ez esetünkben 43 949 268), és ezek közül hányszor fordul elő az az esemény, amit vizsgálunk. Akkor (mivel az összes esemény mind egyformán valószínű), a kérdezett valószínűség a két szám hányadosa. Ez az A esetben 0,005 737, a B-ben 0,014 21, és a kettő együtt 0,000 120 valószínűségű (*42*–62).

Az 1970. évi OKTV mat. II. forduló 2. példája egy egysejtű kipusztulásának a valószínűségét kérdezte. Ugyanebben az évben a Kürschák-verseny második feladata a következő volt: Mi a valószínűsége annak, hogy egy lottóhúzás öt száma között van legalább két szomszédos, (amelyek különbsége 1)? Mint láttuk, a kérdezett valószínűség 0,208 (*42*–196). A következő évben ismét volt valószínűségszámítási példa az OKTV mat. II. tagozatában a döntőben. (Ez egy játékautomatáról szólt, mely két kocka szorzatát fizette, de le lehetett állítani az első után.)

Aztán P. 81. és P. 114. jön (*44*–164, 171) és a következő feladatok: F. 1804. (*45*–59), F. 1859. (*47*–6), F. 1871. (*48*–100), F. 1918 (*49*–207). Közben az egyik PVK-val kapcsolatban született egy cikk: Bártfai Pál: A három dobókocka (*47*–97), végül néhány PVK-t: P. 123., P. 161. P. 234., P. 257., P. 263., P. 271. és Oktotót: Sz. 1/1/8, Sz. 1/2/7. Sz. 1/3/7, B. 1/3/2, B. 2/1/8. említhetünk.

F. 1859. Hány dobókocka esetén a legnagyobb a valószínűsége annak, hogy a kockákat egyszerre feldobva, a kapott számok között pontosan egy hatos legyen? Öt és hat kockára a valószínűség 0,402, másra kevesebb (*47*–6). Aztán újabb két feladat: F. 1871. (*48*–100), F. 1918 (*49*–207), két PVK: P. 123. (*48*–72), P, 161. (*48*–213), és kifutunk a mellékletből.

Betűkitalálás

Nemetz Tibor javasolja a következő játékot (A Matematika Tanítása 17 (1970) 143–149.). Az egyik játékos találomra kinyit egy könyvet. A többiek megpróbálják kitalálni az első betűt. Egymás után mondhatnak betűket mindaddig, amíg azt nem mondják, ami a könyvben áll. Aztán megállapodástól függően vagy a következő betűre, vagy a hatodikra kérdeznek, és hasonlóan mennek tovább betűről betűre lépegetve. Ha szomszédos betűket találgatnak, a szöveg kibontakozó értelme alapján kérdezhetnek, különben a betűk gyakorisága szerint. Ehhez felhasználhatják az 1. táblázatot.

(Azt, hogy a betűket a gyakoriság szerint monoton csökkenő sorrendben érdemes sorra venni, a P. 114, probléma megoldása során láttuk be a 44. kötet 171–172. oldalain.)

Ugyancsak jó játék kerekedhet ki abból is, ha egy képzeletbeli egérrel kirágatjuk egy értelmes szöveg néhány részét:

V...K.+..Y+BÖ..NDÖ...É.T+K.LC.. stb. (KÖMAL klubdélután *52*–59.). Ilyen szöveg megfejtéséről van szó Verne: Grant kapitány gyermekei című könyvében. Most jelent meg Rényi Alfréd: Napló az információelméletről című műve

[1]Az első szám a kötet, a második szám az oldalszámot jelenti.

(Gondolat, 1976), ahol mindennek elméleti hátterével is megismerkedhet az érdeklődő olvasó. A következő üzenet megfejtéséhez, azt hisszük, már minden segítséget megadtunk.

1. feladat. Az Idegenek megtanultak magyarul, de az A, Á; E, É; I, Í párok valamint az O, Ó, Ö, Ő, illetve U, Ú, Ü, Ű négyesek elemei között nem tudnak különbséget tenni. Üzenetünkben minden számpár egy-egy betűt jelöl, a szavakat egy-egy / jellel választottuk el, és a sorok végén a szavak nincsenek szabályosan elválasztva. Mit üzentek?

21 / 51 11 13 31 11 25 13 11 22 11 13 11 12 / 11 23 24 32 33 11 43 11 31 /
32 12 31 11 23 23 32 22 11 12 34 21 / 25 24 51 23 21 13 21 12 21 42 / 13
11 15 11 13 13 11 22 11 / 11 22 14 11 12 11 13 / 21 25 21 12 14 15 21 12 / 41
21 12 / 21 / 12 24 41 11 42 11 33 11 13 / 51 11 12 12 14 32 13 11 22 11 41
11 23. /

1. táblázat

A kis magyar ábécé betűinek gyakorisága szóköz nélkül 10 000 *betűs újságszöveg alapján*

A	1155	G	322	M	365	T	735
B	238	H	168	N	547	U	247
C	63	I	548	O	687	V	166
D	179	J	105	P	109	X	2
E	1426	K	584	R	376	Y	192
F	94	L	623	S	589	Z	479

Válasszuk a valószínűbbet!

Sokan úgy tartják, hogy a véletlen kiismerhetetlen. Ha egy dobókocka készítője némi ravaszsággal eléri, hogy a hatos gyakoribb legyen a többinél, szerintük ezen a kockán már nem lehet véletlen számot dobni. Pedig a dobott szám most is függ a véletlentől, igaz, másképpen, mint a homogén anyagból készült, ügyeskedés nélkül dobott kocka száma. Minket mégis a szabálytalan kocka fog érdekelni. Azok az esetek, amikor tudunk valamit állítani a véletlenről, „bizonyosabb, mint a kocka”.

Módszerünk kezdetben kísérletek végzése lesz. Sokszor megismétlünk valamit, és ami gyakrabban kijön, azt fogadjuk el valószínűbbnek. Így megeshet majd, hogy tévedni fogunk. Akit ez zavar, számolgathatja máris az összes eset közt a kedvezőket, ettől senkit nem tartunk vissza. Csak ha téved, ránk meg ne haragudjon. Fogadja meg a tanácsunk: ha bármiben segítségre szorul, forduljon a kísérletekhez. Három kockát dobok fel, mi valószínűbb, hogy a dobott számok összege
1. legfeljebb 8, 2. legalább 14, x) vagy egyik se?

Aki azt gondolja, hogy a dobott számok összege 3 és 18 között bármi lehet, és ezek a számok mind egyformán valószínűek, az csak válassza az 1. tippet. Mi elvégeztünk ötven kísérletet. A kockákon dobott számok összege az egyes kísérletekben:
9, 6, 8, 11, 9, 14, 12, 10, 5, 9, 8, 16, 13, 11, 7, 10, 13, 13, 11, 9, 7, 13, 10, 6, 10, 15, 8, 11, 14, 9, 12, 10, 9, 12, 8, 13, 12, 8, 8, 10, 12, 9, 16, 7, 14, 15, 11, 11, 13, 10 volt.

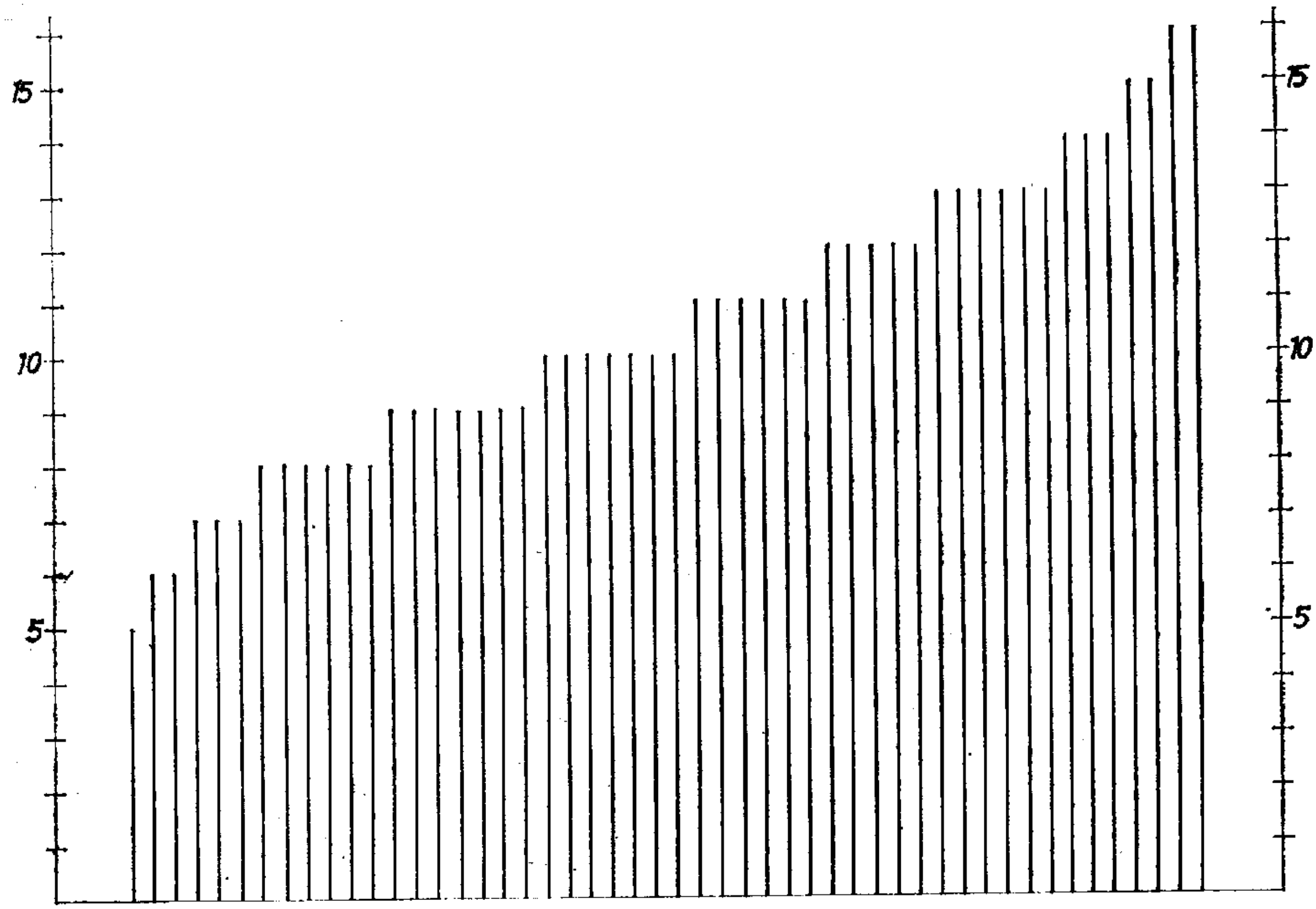
Ebben a sorozatban az 1. eset 12-szer, a 2. 7-szer, az x pedig 31-szer fordult elő.

Tudjuk, hogy ezzel nem bizonyítottunk semmit, csak gondolkodóba akartuk ejteni az „összes eset egyformán valószínű” elv híveit. Igazuk lesz, ha megkeresik, melyek is azok az esetek, amelyek egyformán valószínűek. Tehát azt javasoljuk mindenkinek, vegye elő a dobókockáit, az érméket, a bridzskártyát, csináljon magának lottó-urnát, és ezek segítségével oldja meg a következő feladatot:

2. feladat. Azonos az Oktató Betűtotó részével. Lásd ezen szám 4–5. oldalán

Quetelet görbéje

Pillanatnyilag azt tekintjük véletlen számnak, amit a különböző véletlent generáló berendezéseinkből kapunk. Ilyenek a kockákon dobott számok, a kihúzott kártyák értéke, az urnából kihúzott cédulákra írt számok, vagy a fejdobások száma, ha sok érmét egyszerre feldobunk. Ez nem definíció, mégis elég jól körülhatárolja vizsgálatunk tárgyát. Nevezzük a kapott számok összességét számcsoportnak. Mit lehet csinálni egy számcsoporttal? Úgy érezzük, a legesetlegesebb benne a számok sorrendje. Ezt gyakran nem is tudjuk megmondani. Ha sok kockát egyszerre dobunk fel, vagy megmérjük egy osztály tanulóinak a magasságát, nehéz lenne megmondani, mi is a kapott számok sorrendje. Szokás ezért az adatokat monoton sorrendben megadni, általában a kicsiktől haladva a nagyok felé. Az ábrán az előbbi dobássorozat eredményeit mutatjuk be.



Ábránkon minden számot egy olyan hosszú vonal ábrázol, mint maga a szám. A vonalak vége egy jellegzetes S alakú görbét ír le, az adássorozat egyik célja ennek a görbének a vizsgálata. Ha több kockát dobtunk volna föl, és ezt többször megismételtük volna, a görbe alakja talán jobban körvonalazódott volna. Próbálja ki, akinek kedve van.

Görbénk névadója, L. A. J. Quetelet (1798–1878) a brüsszeli csillagvizsgáló vezetője volt. Megmérte 25 878 katona magasságát, és a kapott adatokat úgy ábrázolta, mint mi a három kockán dobott számok összegét. Tőle csak az ábrázolás módja származik. Maga az S alakú görbe, amit keresünk, Gauss nevét viseli, bár ismerték már előtte is, és vizsgálták utána is sokan mások.

Javasoljuk olvasóinknak, gyűjtsenek véletlen számokat. Összegyűjthetnek olyan számokat, amiket maguk állítanak elő valamilyen berendezéssel, de gyűjthetnek olyanokat is, amik környezetükben fordulnak elő. Aki még talál az erdőben hullott leveleket, gyűjtsön össze közülük egy csokorra valót, és rendezze őket nagyság szerint sorba.

Gyűjthetünk számpárokat is, mérjük meg mondjuk minden ismerősünk magasságát, és az ismerősünk édesanyjának a magasságát is. Ábrázoljuk a kapott számokat, akinek kedve van, kiszámíthatja az átlagot, és szórást is. A

$$\xi = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$$

számcsoport átlaga az

$$\overline{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \ldots + x_n)$$

szám, ezt $E\kappa$-vel is fogjuk jelölni, szórásnégyzete pedig

$$D^2\xi = \frac{1}{n}\left[(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + \ldots + (x_n - \overline{x}_n)^2\right],$$

és a szórás a szórásnégyzet négyzetgyöke.

A fenti feladatok megoldását, és az összegyűjtött véletlen számokat *március 14-ig* lehet beküldeni a következő címre:

Iskolarádió Matematika Szakköre

1800 Budapest, Bródy Sándor u, 5-7.

Azok között, akik legalább egy faladat helyes megoldását beküldik, könyvjutalmakat sorsolunk ki.