1. Számoljuk ki $\operatorname{tg} 11{,}25^\circ$, $\cos 3^\circ$ pontos értékét! 2. A k kör AB átmérőjének egy kijelölt pontja P. Szerkesszük meg azt a P-n áthaladó CD húrt, amelyre az $ACBD$ húrnégyszög területe maximális

3. Legyen k az ABC háromszög körülírt köre. Tekintsük azt a maximális átmérőjű kört, amely érinti a BC oldalt és az A-t nem tartalmazó BC ívet, legyen ennek átmérője d_A. Hasonlóan definiáljuk d_B-t és d_C-t. Bizonyítsuk be, hogy ha k sugara r, akkor

$$\frac{3}{2} \leqq d_A + d_B + d_C < 2r.$$

4. Az AB átmérőjű O középpontú félkörön fut a P pont. P vetülete az AB szakaszon Q, az AB ív felezőpontja C. QC és OP egyenes R-ben metszi egymást. Mi R mértani helye, ha P befutja a félkört?

5. Az e egyenesen adott három pont, A, B és F (B van középen). A-ban és B-ben merőlegest állítunk e-re, kapjuk az a és b egyenest. Az F-en átmenő tetszőleges f egyenes a-t A_1-ben, b-t B_1-ben metszi. Az A_1B_1 átmérőjű K kör második metszéspontja a-val, ill. b-vel A_2, ill. B_2. Az A_2B_1, A_1B_2, egyeneseket érintő, K-val koncentrikus kör k. Az AB szakasz C felezőpontjából k-hoz húzott érintők k-t E_1 és E_2-ben érintik. Az E_1E_2 egyenes f-et P-ben, a K kört az M és N pontokban metszi. Mi P, M és N mértani helye, ha f körbe fordul F körül?

6. Az ABC háromszög körülírt körének középpontja K, beírt körének középpontja O. Tudjuk, hogy AB, AC, BC hosszai (ilyen sorrendben) számtani sorozatot alkotnak. Mekkora a $BOK\sphericalangle$?

7. Szerkesszük meg a négyszöget, ha ismerjük a szögeit és átlóinak hosszát.

8. Adott egy pontból induló négy félegyenes és két szakasz, a, b. Szerkesztendő olyan paralelogramma, amelynek négy csúcsa rendre a négy félegyenesre esik és két oldala a, ill. b hosszúságú.

9. Szerkesszünk téglalapot, ha ismerjük az átló hosszát és adott oldalainak egy-egy pontja.

10. Adott az e egyenesen négy pont, A, B, C, D. Szerkesszünk $P_1P_2P_3P_4P_5$ szabályos ötszöget, amelynek P_1P_2 oldalegyenesére illeszkedik A, P_2P_3 oldalegyenesére B, P_4P_5 oldalegyenesére C és a P_1P_3 átló egyenesére D.

11. Ha a, b, c egy háromszög oldalai, m_a, f_a, s_a az a oldalhoz tartozó magasság, szögfelező és súlyvonal hossza, akkor

$$\frac{(b+c)^2}{4bc} \leqq \frac{s_a}{f_a} \qquad \text{és} \qquad \frac{b^2+c^2}{4bc} \leqq \frac{s_a}{m_a}.$$

Mikor áll fenn egyenlőség?

Igaz-e, hogy a háromszög súlyvonalaiból mint oldalakból szerkesztett háromszög beírt körének ϱ sugarára

$$\varrho \leqq \frac{3abc}{4(a^2+b^2+c^2)}.$$

Az egyenlőség pontosan akkor van, ha $a = b = c$?

12. Az ABC háromszög BC oldalán fut a P pont. AP egyenes és ABC körülírt körének második metszéspontja Q. Igaz-e, hogy egyetlen olyan P pont van, amelyre a PQ szakasz maximális, és ez a P pont a BC oldal F felezőpontja és az A-ból induló szögfelező T talppontja közé esik?

13. Igaz-e, hogy ha p a háromszög félkerülete, m_a az a oldalhoz tartozó magasság, f_b a b oldalhoz tartozó szögfelező és s_c a c oldalhoz tartozó súlyvonal, akkor

$$m_a + f_b + s_c \leqq \sqrt{3}p.$$

14. Adott 17 pont az r sugarú körben. Igazoljuk, hogy van köztük kettő, amelynek távolsága kisebb $\frac{2}{3}$ r-nél.

15. Az $ax^3 + bx^2 + cx + d$ harmadfokú, komplex együtthatós polinom három nullhelye a Gauss-féle számsíkon a z_1, z_2, z_3 pont. A polinom deriváltjának két nullhelye az ω_1 és ω_2 pont. Van-e olyan ω_1 és ω_2 fókuszú ellipszis, ami érinti a $z_1z_2z_3$ háromszög oldalait?