1. Hány egyenest lehet megadni a síkon úgy, hogy ne legyen köztük két párhuzamos, és az általuk bezárt $0°$ és $90°$ közötti szögek közt legfeljebb k különböző legyen?

2. Adott hat egyenes a síkon, semelyik kettő nem párhuzamos, semelyik három nem megy át egy ponton. Igazoljuk, hogy mindig kiválasztható közülük két (nem feltétlenül diszjunkt) egyeneshármas úgy, hogy az általuk meghatározott két háromszög legkisebb oldala különböző. Mit mondhatunk öt egyenes esetén?

3. Adott a síkon $4k$ egyenes. Semelyik kettő nem párhuzamos, semelyik három nem megy át egy ponton. Az általuk meghatározott tartományok közül szomszédosnak nevezzük azokat, amelyeknek van közös határszakaszuk. (Csak csúcsban érintkező tartományok nem szomszédosak.) Végigjártuk az összes tartományt úgy, hogy mindegyikből vele szomszédosra léptünk és minden tartományt pontosan egyszer érintettünk. Lehet-e körsétánk első és utolsó állomása szomszédos egymással?

4. Igazoljuk, hogy egy hat szögpontú gráfban vagy a kiegészítő gráfjában van (gráfelméleti értelemben vett) négyszög. Igazoljuk, hogy hat egy síkban levő pont által meghatározott tizenöt távolság között mindig van három különböző. Mit mondhatunk öt pont esetén?

5. Legyen $n \geq 9$, egész. Igazoljuk, hogy akárhogy adunk meg a síkon n pontot, az általuk alkotott $\binom{n}{3}$ háromszögnek legalább a hetedrészében van $108°$-os, vagy annál nagyobb szög, és legalább a tizenkettedrészében $120°$-os vagy annál nagyobb szög.

6. Legyen ABC egységoldalú szabályos háromszög. Legyen $P_1 = P_2 = A$, $P_3 = P_4 = B$ és $P_5 = P_6 = C$. Az így definiált hat pont közül bármely kettő távolsága 1 vagy annál kisebb, és bármely három közül kiválasztható kettő, amelyek távolsága 1. Adjuk meg az összes, ilyen tulajdonságú ponthatost!

7. Adott a síkon véges sok párhuzamos szakasz. Bármelyik háromhoz található olyan egyenes, amely mindhármat metszi. Következik-e ebből, hogy van olyan egyenes, amely az összes szakaszt metszi?

8. Adott a síkon öt pont, bármely kettő távolsága legföljebb egységnyi. Igazoljuk, hogy mindig kiválasztható közülük három pont, amelyek által alkotott háromszög kerülete legföljebb $\sqrt{5}$, területe legföljebb $\frac{\operatorname{tg} 36°}{4}$, s oldalainak négyzetösszege legföljebb $4 - \sqrt{5}$.

9. Igazoljuk, hogy hat egy síkban levő pont által alkotott húsz háromszög között mindig van három, páronként nem egybevágó háromszög. Mi mondható öt pont esetén?

10. Adott n pont a síkon úgy, hogy semelyik három nem alkot 1-nél nagyobb területű háromszöget. Igazoljuk, hogy az a pont által alkotott $\binom{n}{3}$ háromszög közül legalább a negyedrész, $\frac{1}{4}\binom{n}{3}$ a háromszög beírt körének sugara $\sqrt{2} - 1$ vagy annál kisebb.

11. Adjuk meg a lehető legkisebb olyan t számot, amelyre igaz a következő: Bárhogy adunk meg öt olyan pontot a síkban, amelyek által alkotott mind a tíz háromszög területe legföljebb egységnyi, mindig lesz az öt pont között három, amelyek egy legföljebb t területű háromszöget alkotnak.

12. Igaz-e, hogy ha négy, egy síkban fekvő pontból alkotott négy háromszög területe legalább 1, akkor a négy pont között fellépő hat távolság négyzetösszege legalább 16?

13. Adjuk meg a lehető legnagyobb t, p, r, x számokat, amelyekre igaz az alábbi állítás: Ha négy, egy síkban fekvő pont által alkotott mind a négy háromszög területe legalább 1, akkor a négy pontból kiválasztható három, amelyek által alkotott háromszög legnagyobb oldala legalább x, kerülete legalább p, körülírt körének sugara legalább r, s odalainak négyzetösszege legalább t.

14. Igazoljuk, hogy ha kilenc, egy síkban fekvő pont közül bármely kettő távolsága legföljebb egy, akkor van olyan három pont, amelyek közötti három távolság legföljebb $1/\sqrt{2}$. Igaz-e ugyanez nyolc pont esetén is?

15. Adott a síkban $4n$ pont, semelyik kettő távolsága nem nagyobb 1-nél. Igazoljuk, hogy a köztük fellépő $\binom{4n}{7}$ távolság közt van $\binom{4n}{2} - 6n^2$ olyan, amely legföljebb 1.