I. M. Jaglom: Galilei relativitási elve és egy nemeuklideszi geometria (Gondolat, 1985)

Iszaak Mojszejevics Jaglom professzort mi magyarok is jól ismerhetjük és tisztelhetjük. Egyebek közt a *Boole-struktúrák és modelljeik,* valamint a *Válogatott feladatok és tételek az elemi matematika köréből* című könyvek szerzője.

A jelen kötet céljáról szólva a Bevezetésben a Szerző a következőket mondja el. A nemeuklideszi geometriák létezése ma már szinte általánosan ismert tény. Így legalább egy nemeuklideszi geometriának – mintegy az euklideszivel való szembeállításául minden bizonnyal helyet kell majd kapnia a középiskolai tantervben. Az azonban egyáltalán nem mindegy, és nem is nyilvánvaló, hogy milyen geometriai rendszerre esik majd a választás. Jaglom szerint a legcélszerűbb az egyenesmenti kinematika eseményterének felfogott affin síknak egy geometriáját venni. Mégpedig azt, amelyben a mozgások (tehát az irányítástartó egybevágósági transzformációk) a klasszikus mechanikából ismert Galilei-féle transzformációk, vagyis az egymáshoz képest egyenesvonalú egyenletes mozgást végző vonatkoztatási rendszerek közötti áttérést leíró transzformációk. Ez a – Jaglom adta elnevezéssel – Galilei-féle geometria a könyv nagyobbik részének a tárgya.

A Prológus két paragrafusában tisztázódik a geometria (itteni célokra alkalmas, kleini[1] felfogású) fogalma. Ezzel párhuzamban a Szerző tisztázza a mechanika fogalmát is, sejtetve, hogy a geometriákban az „egybevágósági transzformációk" hasonló szerepet játszanak, mint a „relativitási elvek" a fizika egyes ágaiban.

Az első fejezetben megjelennek – kellő kinematikai szemléltetés kíséretében – a Galilei-geometria alapfogalmai: a pontok közötti távolság, az egyenesek közötti szög, a kitüntetett egyenes, a speciális távolság, a háromszög, a kör. A fogalmakkal bíbelődve kirajzolódik előttünk a Galilei-geometriában fennálló dualitási elv, amely – kinematikai fogalmakkal kifejezve – az események és az egyenesvonalú egyenletes mozgások között létesít megfelelést. A dualitási elv bizonyítása megkívánja a Galilei-geometria axiomatikus megalapozását. Ez a kötet Függelékében megtalálható.

A második fejezet tárgya a ciklusok: az egyenletesen gyorsuló mozgások Galilei-geometriai megfelelői. A ciklusok vizsgálata sokfelé mutat utat: a görbék Galilei-geometriai differenciálgeometriája felé éppúgy, mint a Galilei-sík ideális elemekkel való kibővítése(i) felé.

Az epilógussal kezdődik a kötetben az a kisebbik rész, amely nem csupán a Galilei-geometriát érinti. E részben meglátjuk, mi történik, ha a klasszikus kinematikát a speciális relativitáselmélet kinematikájával cseréljük fel. Jaglom párhuzamba állítja a relativisztikus téridő-geometriát a Galilei-geometriával és az eddig is „kontrasztként" szerepeltetett euklideszivel.

Mindez kellő bevezetésül szolgál a Függelékhez, ahol ez a három geometria természetes környezetében, „családi körben" jelenik meg: a kilenc síkbeli Cayley-Klein-féle geometria között. Ezek közül választotta ki a Szerző legalkalmasabbként a Galilei-geometriát. Megismerkedünk itt e kilenc síkgeometriával (kissé távolabbról 27 térbeli rokonukkal is), axiomatikus leírásukkal, valamint a komplex, a hiperbolikus komplex és a Study-féle számokkal. Mindezek jól használható eszközt adnak például a Cayley–Klein-féle síkgeometriák mozgásainak vizsgálatához, és újabb nézetből mutatják be e kilenc geometria belső összetartozását.

A kötet ezen második része jóval súlyosabb az elsőnél, jól megdolgoztatja az olvasót, de kellő kitartással a középiskolás tudás birtokában is megérthető.

Jaglom professzor könyve elsősorban geometriai érdeklődésű középiskolások, főiskolások, egyetemisták és középiskolai tanárok érdeklődésére tarthat számot. Használhatóságát növeli a bőséges illusztrációs anyag. Minden paragrafus végén gyakorlatra és önálló feldolgozásra szánt feladatsor található, jórészt megoldásokkal. Az átfogó irodalomjegyzék a magyar forrásmunkákra is kiterjed.

[1] *Felix Klein* (1843–1925) kiváló német matematikus leginkább Erlangenben tartott előadásáról ismert. A híres „erlangeni program"-ban Klein ismertette a csoportelmélet szerepét a geometria különböző ágainak osztályozásában.