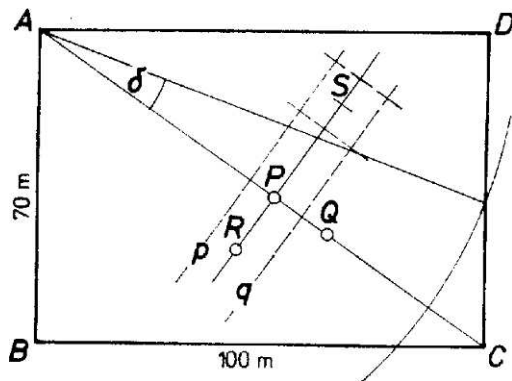


Jelöljük a pálya sarkait  $A, B, C, D$ -vel, közülük  $A$  legyen az, ahonnan a játékvezető indul. Ha  $A$ -ból nem látja a sípot, induljon a játékvezető a szemközti  $C$  sarok felé. Mindaddig menjen az  $AC$  mentén egyenesen előre, amíg meg nem látja a sípot vagy azt nem mondják neki, hogy az utolsó lépésével távolodott tőle. Az utóbbi esetben jelöljük az utolsó lépés kezdőpontját  $P$ -vel, végpontját  $Q$ -val. Térjen vissza most a játékvezető  $Q$ -ból  $P$ -be, és innen az  $AC$  egyenesre merőlegesen lépjen egyet. Ha ezzel közelebb jut a sípához, menjen tovább egyenesen mindaddig, amíg azt meg nem látja. Különbben az  $AC$  egyenesre merőleges egyenesen az ellenkező irányba menjen mindaddig, amíg meg nem látja a sípot.



Ha a játékvezető az  $AC$  egyenesen haladva látja meg a sípot, nyilvánvalóan legfeljebb  $[d + 1]$ -et lép. (Szokás szerint  $[x]$ -szel a legnagyobb,  $x$ -nél nem nagyobb egész számot jelöljük.) Különbben legyen  $q$  a  $PQ$  szakasz felező merőlegese, és  $p$  a  $q$ -nak  $P$ -re vonatkozó tükörképe. Mivel  $Q$ -ba lépve a játékvezető távolodott a síptól, az a  $q$ -nak  $P$ -t tartalmazó oldalán van. Mivel utoljára  $P$ -be lépve nem távolodott a síptól, a síp  $p$ -nek is a  $P$ -t tartalmazó oldalán van, tehát benne van a  $p, q$  egyenesek által határolt sávban. Jelöljük az  $AC$ -re merőlegesen tett első lépés végpontját  $R$ -rel. Ha ezzel közelebb jut a játékvezető a sípához, a síp az  $AC$  egyenes  $R$ -t tartalmazó oldalán van, különben az ellentétes oldalon kell lennie. Akárhogy is van, a sáv közepén haladva a játékvezető nem mehet el a síp mellett anélkül, hogy meg ne látná, hiszen a középvonaltól a sáv határai fél méterre vannak, ő pedig 1 méterről észreveszi a fűben a sípot. Ha mondjuk  $S$ -be lépett utoljára, és onnan látta meg a sípot, akkor egyrészt  $AS \leq d + 1$ , másrészt  $AP + PS \leq AS \cdot \sqrt{2}$ , aminél a szükséges lépések száma legfeljebb 4-gyel több. (Két lépést jelent a  $Q$ -ból való visszafordulás, amihez újabb két lépés járul, ha  $R$ -ből is vissza kell fordulnia.) Tehát a játékvezető legfeljebb  $\lceil \sqrt{2}(d + 1) \rceil + 4$  lépéssel megtalálja a sípját.

*Megjegyzés.* Tekintsük az  $A$  középpontú,  $d$  sugarú körnek az  $ABCD$  téglalapba eső darabját. Vágjuk ezt ketté az  $AC$  egyenessel, és jelöljük a nagyobb darabhoz tartozó középponti szöget  $\delta$ -val. Ha  $\delta < 45^\circ$ , a fenti becslésben  $\sqrt{2}$  helyére a nála kisebb  $(\cos \delta + \sin \delta)$  írható. Így ha  $d > 100$ , a fenti stratégia mellett általában kevesebbet kell lépnie a játékvezetőnek, mintha  $A$ -ból  $D$  felé indulna, majd az  $AD$ -re merőleges egyenes mentén folytatná a keresést. Nevezetesen, ha  $d = AC$ , a mi stratégiánk mellett 122 lépés elég,  $AD$  mentén indulva pedig 170 lépés kell. Jelöljük általában  $L(T)$ -vel egy tetszőleges stratégia esetén a szükséges lépések számát, ha a sípot  $T$ -ben találja meg a játékvezető, és legyen  $M(d)$  az  $L(T)$  számok maximuma azokon a  $T$  pontokon, amelyekre  $AT = d$ . Legyen  $m(d)$  az  $M(d)$  számok minimuma az összes lehetséges stratégián. Ennek az  $m(d)$  függvénynek csak  $d = AC$  mellett határoztuk meg az értékét, a teljes függvény meghatározása igen nehéz feladat.

Ha  $d$  nem túl kicsi, előnyösebb, ha a játékvezető mindenféle irányban tesz egy-egy kutató lépést, és az ezekre kapott válaszok alapján indul el a síp felé. Vizsgálható a feladat végtelen nagy pályán is. Igen nehéz kérdésnek látszik azt eldönteni, hogy található-e olyan  $K$  szám és olyan stratégia, amely mellett tetszőleges nagy  $d$  mellett elegendő  $[d + K]$  lépés a síp megtalálásához.