

**Ágoston György (Miskolc, Szeged), Kellner Károly, Holczer Tamás és a többi, a holokauszt idején elpusztított barátom emlékére**

1. Oldjuk meg a következő egyenleteket a valós számok halmazán:

$$\begin{aligned} a) \quad \sin\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) &= \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right); & b) \quad \sin\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) &= \cos\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right); \\ c) \quad \cos\left(3x - \frac{5\pi}{6}\right) &= \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right); & d) \quad \cos\left(\frac{5\pi}{6} - 3x\right) &= \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right). \end{aligned}$$

2. Oldjuk meg a

$$\sqrt{x} + \sqrt{x - 4a + 4} = 2$$

egyenletet a valós számok halmazán, ahol  $a$  valós paraméter.

3. Az  $ABC$  derékszögű háromszög  $AB$  átfogójához tartozó magasság  $CD$ . Az  $ACD$ , illetve  $BCD$  háromszögekbe írható kör sugara  $\varrho_1 = 3$ , illetve  $\varrho_2 = 4$ . Számítsuk ki az  $ABC$  háromszögbe írható kör sugarát.

4. Az  $ABC$  háromszög  $B$ , illetve  $C$  csúcspontján áthaladó súlyvonal egyenlete  $3x + 5y = 10$ , illetve  $3x - 2y = 3$ . A háromszög egyik csúcspontja  $(-3; 1)$ . Számítsuk ki a másik két csúcspont koordinátáit.

5. Oldjuk meg a következő egyenleteket a valós számok halmazán:

$$\begin{aligned} a) \quad \lg^2(5 - x) + 2\lg^2(x + 1) &= 3(\lg(5 - x))(\lg(x + 1)), \\ b) \quad 3^{2x+1} + 3^{2-2\sqrt{x}} &= 4 \cdot 3^{1+x-\sqrt{x}}; & c) \quad 2\sin^4 x - 2\sin^2 x \cos^2 x + 4\cos^4 x &= 1. \end{aligned}$$

6. Mely  $n$  egész számokra lesz a

$$\frac{18nx + 36x + 12n + 6n^2}{3n^2x + 15nx + 18x + 6n + 5n^2 + n^3}$$

kifejezés értéke egész szám, ha  $x$  tetszőleges egész számot jelenthet?

7. Az  $x^2 + (2p - 1)x + \frac{3}{2}p^2 - 5p + \frac{1}{4} = 0$  egyenlet valós gyökeinek négyzetösszege a valós  $p$  paraméter mely értékeinél a legkisebb, illetve a legnagyobb? Mennyi ez a legkisebb, illetve legnagyobb érték?

8. Az  $ABC$  háromszög  $AB$  oldalán levő  $K$ , a  $BC$  oldalán levő  $L$  pontokra  $3AK = KB$ , illetve  $BL = LC$ . Az  $AL$  és  $CK$  szakaszok metszéspontja  $Q$ .

- a) Hányadrésze az  $ABC$  háromszög területének az  $AQB$ , illetve a  $BQC$  háromszög területe?
- b) Milyen arányban osztja a  $Q$  pont az  $AL$ , illetve a  $CK$  szakaszt?