

**Az OM honlapján (<http://www.om.hu>) található 2005-ben bevezetésre kerülő kétszintű matematika vizsga mintafeladatai**

**I. rész**

- A feladatok megoldására 45 perc fordítható.
- A feladatok megoldásához zsebszámológépet és négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos.

1. Adott két halmaz:

$$A = \{\text{egyjegyű pozitív páratlan számok}\};$$

$$B = \{2; 3; 5; 7\}.$$

Sorolja fel az  $A \cap B$  és az  $A \setminus B$  halmaz elemeit! (2 pont)

2. Jelölje be, hogy az alábbi egyenlőségek igaz vagy hamis állítások! ( $a > 0, a \neq 1$ )

a)  $a^3 \cdot a^4 = a^{12}$  (1 pont)

b)  $a^8 : a^2 = a^4$ . (1 pont)

3. Adott a következő hétjegyű szám: 135947X. Milyen számjegyeket írhatunk az X helyére, hogy az így kapott hétjegyű szám 4-gyel osztható legyen? (2 pont)

4. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

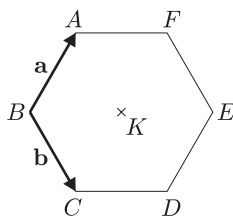
$$3^x = 81 \quad (2 \text{ pont})$$

5. Hozza egyszerűbb alakra a következő kifejezést! Írja le a megoldás egyes lépéseit!

$$\frac{x^2 - 1}{x - 1}, \quad x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}. \quad (2 \text{ pont})$$

6. Hányféleképpen lehet egy 10 fős társaságból egy elnököt és egy titkárt választani? Megoldását indokolja! (2 pont)

7. Egy szabályos hatszög csúcsai: A, B, C, D, E, F, középpontja K. Legyen a  $\overrightarrow{BA} = \mathbf{a}$  és  $\overrightarrow{BC} = \mathbf{b}$ . Fejezze ki a megadott vektorok segítségével a  $\overrightarrow{DE}$  és a  $\overrightarrow{BK}$  vektorokat! (3 pont)



8. Egy szabályos pénzérmét háromszor feldobunk. Mekkora az esélye, hogy egyszer fejet és kétszer írást kapjunk? Megoldását indokolja! (3 pont)

9. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán! Megoldását indokolja!

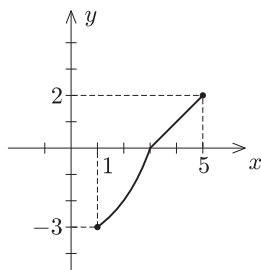
$$\frac{2}{3}(x^2 - 1) = 10. \quad (4 \text{ pont})$$

10. Milyen valós x-ekre értelmezhetők a következő kifejezések?

a)  $\sqrt{5 - x}$  (2 pont)

b)  $\lg(5 - x)$  (2 pont)

11. Mi az alábbi, grafikonjával megadott függvény értelmezési tartománya és értékészlete? (4 pont)



## II. rész

### A

– A feladatok megoldására 135 perc fordítható.

– A feladatok megoldásához zsebszámológépet és négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos.

**12.** Kör alakú amfiteátrum küzdőterének két átellenes pontjában áll egy-egy gladiátor, az uralkodó a pálya szélén ül. A gladiátorok egyenes vonalban odafutnak az uralkodóhoz. Az egyik 20 métert, a másik eggyel többet tesz meg, amíg odaér. Mekkora az amfiteátrum sugara? Készítsen ábrát is a megoldáshoz! (12 pont)

**13.** Magyarországon egy átlagos család egy főre eső napi vízfogyasztása 152 liter. Ez a fogyasztás több részből tevődik össze: főzés, mosogatás, WC-használat, mosakodás, mosás, egyébek. A felsoroltak vízfogyasztási aránya rendre 4%, 4%, 25%, 26%, 30%, 11%. A vízdíj 140 Ft/m<sup>3</sup>.

a) Ha minden egyes mosásnál egy takarékosabb mosógéppel 25%-kal kevesebbet használunk, akkor – a lakosság létszámát 10 millióra kerekítve – hány m<sup>3</sup> vizet takarít meg az ország lakossága egy év (365 nap) alatt? (6 pont)

b) Ez hány százaléka az összes vízfogyasztásnak? (3 pont)

c) Mennyi naponta a lakossági megtakarítás értéke összesen? Az eredményt adja meg normálalakban is! (3 pont)

**14.** Egy adatsor öt számból áll, amelyből kettő elveszett, a maradék három: 3; 4; 7. Tudjuk, hogy a módusz 4, és az adatok átlaga (számtani közepe) 6,5.

a) Mi a számsor hiányzó két adata? Válaszát indokolja! (5 pont)

b) Mennyi az adatok mediánja? Válaszát indokolja! (3 pont)

c) Számolja ki az adatok szórását! (4 pont)

## II. rész

### B

**A 15.–17. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania.**

**15.** Reklámcélokra fémből készült tömör dísz tárgyakat gyártanak. Ha olyan négyzet alapú szabályos gúla alakúakat öntenek, ahol a gúla alapéle is, magassága is 5 cm, akkor 100 darabra elég a nyersanyag.

a) Mekkora a nyersanyag térfogata? (3 pont)

b) Mennyibe kerülne a 100 gúla befestése, ha 1 m<sup>2</sup> felület festési költsége 1200 Ft? (7 pont)

Az ellenőrzés során kiderült, hogy az elkészült dísz tárgyak 5%-a selejtes. A 100 gúlát tartalmazó dobozból véletlenszerűen nyolcat választunk ki.

c) Hányféleképpen lehet kiválasztani nyolc hibátlan kockát? (2 pont)

d) Mennyi az esélye, hogy a nyolc darab kiválasztott gúla közül éppen 3 darab lesz selejtes? (5 pont)

**16. a)** Mutassa meg, hogy a  $4^{2x^2-26x+75} = 64$  egyenletnek a valós számok körében csak a 4 és a 9 a megoldásai! (5 pont)

b) Egy számtani sorozat első tagja a  $4^{2x^2-26x+75} = 64$  egyenlet nagyobbik gyöke, a számtani sorozat különbsége pedig az egyenlet kisebbik gyöke. Adja meg e számtani sorozat első 5 tagjának az összegét! (4 pont)

c) Ha e sorozat első  $n$  tagjának összege 3649, akkor mennyi az  $n$  értéke? (8 pont)

**17.** Írja fel annak a két egyenesnek az egyenletét, amelyek párhuzamosak a  $3x - 4y = 0$  egyenletű egyenessel, és érintik az  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0$  egyenletű kört! (17 pont)

# JAVÍTÁSI ÚTMUTATÓ

Kérjük, hogy a dolgozatok javítását a javítási útmutató alapján végezze, a következők figyelembevételével:

## Formai előírások:

- A dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől eltérő színű tollal kell javítani, és a tanári gyakorlatnak megfelelően jelölni a hibákat, hiányokat stb.
- A feladatok mellett található téglalapok közül az elsőben a feladatra adható pontszám van, a javító által adott pontszám a mellette levő téglalapba kerül.
- Kifogástalan megoldás esetén elég a megfelelő maximális pontszám beírása a téglalapokba.
- Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy az egyes részpontszámokat is írja rá a dolgozatra.

## Tartalmi kérések:

- Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól eltérő megoldás születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit és ennek alapján pontozzon.
- A pontozási útmutató pontjai tovább bonthatók. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
- Nyilvánvalóan helyes gondolatmenet és végeredmény esetén maximális pontszám adható akkor is, ha a leírás az útmutatóban szereplőnél kevésbé részletezett.
- Ha a megoldásban számolási hiba, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
- Elvi hiba esetén, egy gondolati egységen belül a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban az elhibázott részt egy újabb rész kérdés követi, és a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel mint kiinduló adattal helyesen számol tovább, akkor erre a részre kapja meg a maximális pontot.
- Egy feladatra adott megoldások közül csak egy (a magasabb pontszámú) értékelhető.
- A megoldásokért jutalompont (az adott feladatra vagy feladatrészre előírt maximális pontszámot meghaladó pont) nem adható.
- A vizsgadolgozat I. részében kitűzött feladatok esetében elég a helyes választ megadni, amennyiben a feladat szövege nem rendelkezik másképp. A javítás során azt az eredményt, illetve megoldást kell figyelembe venni, amit a vizsgázó az erre a célra szolgáló keretbe írt. Ha ott esetleges hibás megoldás áthúzása miatt nem maradt hely a vizsgázó által helyesnek ítélt válasz számára, akkor figyelembe vehető a kereten kívül szereplő helyes válasz is.
- Az olyan részszámításokért, részlépésekért nem jár pontlevonás, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
- Ha a pontozási útmutató a feladat ellenőrzéséért pontot ad, akkor az csak abban az esetben adható meg, ha a vizsgázó valamilyen formában írásban rögzíti az ellenőrzés tényét. (Itt minden elvileg helyes módszer elfogadható.)
- A középszintű vizsgafeladatsor II/B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető. A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, melynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani, csak a többi feladatot. Ha ezen előírások alapján a javító számára nem derül ki egyértelműen, hogy a vizsgázó melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a nem értékelendő feladat automatikusan a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladat lesz.

## I. rész

**1. feladat.**  $A = \{1; 3; 5; 7; 9\}$ ,  $B = \{2; 3; 5; 7\}$ .

(Az elemek felsorolásáért nem jár pont.)

$$A \cap B = \{3; 5; 7\}.$$

1 pont

$$A \setminus B = \{1; 9\}.$$

(Jó halmazábra is elfogadható.)

1 pont

(Ha nem használja a halmazjelölést, csak felsorol, akkor is jár a pont.)

**Összesen: 2 pont**

**2. feladat.**

- a) hamis.  
b) hamis.

1 pont  
1 pont

**Összesen: 2 pont**

**3. feladat.**  $X = 2$ .

$$X = 6.$$

(Ha a helyes számok mellett rossz számjegyek is szerepelnek: 0 pont)

1 pont  
1 pont

**Összesen: 2 pont**

**4. feladat.**  $x = 4$ .

(Levezetés nélkül is jár a 2 pont.)

2 pont

**Összesen: 2 pont**

**5. feladat.**  $\frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{(x + 1) \cdot (x - 1)}{x - 1} =$

(A nevezetes azonosság felírásáért.)

$$= x + 1.$$

(A jó végeredményért.)

1 pont

1 pont

**Összesen: 2 pont**

**6. feladat.** Az elnököt 10 tagból 10-féleképpen, a titkárt pedig 9 tagból 9-féleképpen lehet kiválasztani:  $10 \cdot 9 = 90$ .

(Ha csak a végeredményt közli, akkor 1 pont adható.)

1 pont

**Összesen: 2 pont**

**7. feladat.**  $\overrightarrow{DE} = \mathbf{a}$

(Ha  $\mathbf{a}$  helyett  $\overrightarrow{BA}$  szerepel, az is elfogadható.)

$$\overrightarrow{BK} = \mathbf{a} + \mathbf{b}.$$

1 pont

2 pont

**Összesen: 3 pont**

**8. feladat.** A lehetőségek:

fff; ffi; fif; iff; fiu; ifu; iif; iii.

A nyolc közül csak három jó, ezért az esély  $\frac{3}{8}$ .

(Ha csak a jó végeredményt írja fel, akkor is jár a 2 pont.)

1 pont

2 pont

**Összesen: 3 pont**

**9. feladat.**  $x^2 - 1 = 15$ .

$$x^2 = 16.$$

(Ha az  $x^2 = 16$  egyenletig eljut.)

$$x = 4.$$

$$x = -4.$$

(Ha  $|x| = 4$  a végeredmény, azért 3 pont adható.)

2 pont

1 pont

1 pont

**Összesen: 4 pont**

**10. feladat.** a)  $x \leq 5$ .

(Ha az egyenlőség nem szerepel, akkor 1 pont adható.)

2 pont

**Összesen: 2 pont**

b)  $x < 5$ .

(Ha az egyenlőséget is megengedi, akkor 1 pont adható.)

2 pont

**Összesen: 2 pont**

**11. feladat.** É. T:  $[1; 5]$ .

2 pont

É. K:  $[-3; 2]$ .

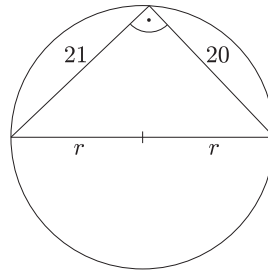
2 pont

(Ha valamelyik intervallum pontatlan, akkor arra a részre csak 1 pont jár.)

**Összesen: 4 pont**

## II./A rész

**12. feladat.**



(Megfelelő rajz (kör; átmérő két végpontja és egy kerületi pont).)

2 pont

Derékszögű háromszög.

(Thalész-tétel említése szövegben, vagy a derékszög jelölése a rajzon.)

2 pont

$$(2r)^2 = 20^2 + 21^2.$$

(Pitagorasz-tétel felírása. Ha a zárójel hiányzik, de úgy folytatja, mintha lenne, akkor csak 2 pont jár. Ha a zárójel hiányzik, és e szerint is folytatja, akkor az egész feladatra maximum 8 pontot kaphat.)

3 pont

$$4r^2 = 400 + 441.$$

1 pont

$$r^2 = \frac{841}{4}.$$

(Egyenletrendezés.)

2 pont

$$r = \sqrt{210,25}.$$

$$r = 14,5.$$

(A sugár jó kiszámolása.)

1 pont

Tehát a keresett sugár 14,5 méter.

(Szöveges válasz. Ha nem ír szöveges választ, de helyes eredményt ad meg mértékegységgel együtt, akkor is jár az 1 pont.)

1 pont

**Összesen: 12 pont**

**13. feladat.** a) Naponta 152 liter, ennek 30%-a:  $152 \text{ liter} \cdot 0,3 = 45,6 \text{ liter}$ .

1 pont

A megtakarítás naponta:  $45,6 \text{ liter} \cdot 0,25 = 11,4 \text{ liter}$ .

1 pont

$10^7$  lakosra:  $11,4 \cdot 10^7 \text{ liter}$ .

(Ha a mértékegységet nem írja ki minden sorban, az is elfogadható.)

2 pont

1 év alatt:  $11,4 \cdot 10^7 \cdot 365 \text{ liter} = 4,161 \cdot 10^{10} \text{ liter}$ .

1 pont

A megtakarítás:  $4,161 \cdot 10^7 \text{ m}^3$ .

1 pont

(A mértékegységnek a végeredményben szerepelnie kell.)

**Összesen: 6 pont**

b) 1. megoldás:

A megtakarítás %-ban kifejezve:

$$0,3 \cdot 0,25 = 0,075, \text{ azaz } 7,5\%.$$

3 pont

**Összesen: 3 pont**

2. megoldás:

Az éves összes vízfogyasztás:  $152 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 \cdot 10^7 \cdot 365 = 5,548 \cdot 10^8 \text{ m}^3$ . 1 pont

A megtakarítás %-ban kifejezve:

$$\frac{4,161 \cdot 10^7 \text{ m}^3}{5,548 \cdot 10^8 \text{ m}^3} = 0,075, \quad 1 \text{ pont}$$

azaz 7,5%. 1 pont

**Összesen: 3 pont**

c) A lakossági megtakarítás naponta:

$$11,4 \cdot 10^7 \text{ liter} = 11,4 \cdot 10^4 \text{ m}^3. \quad 1 \text{ pont}$$

A lakossági megtakarítás értéke:

$$11,4 \cdot 10^4 \text{ m}^3 \cdot 140 \text{ Ft/m}^3 = 15\,960\,000 \text{ Ft naponta.} \quad 1 \text{ pont}$$

Normálalakban:  $1,596 \cdot 10^7 \text{ Ft}$ . 1 pont

(Ha az a) részben rossz eredményt kap, és ezzel jól számol a b) és a c) részben, akkor ezekre jár a 3, ill. 3 pont.)

**Összesen: 3 pont**

14. feladat. a) Az átlag:  $\frac{3 + 4 + 7 + x + y}{5} = 6,5$ . 1 pont

$$x + y = 18,5. \quad 1 \text{ pont}$$

A módusz 4, ezért a 4 legalább kétszer előfordul: 1 pont

az egyik szám 4; 1 pont

a másik pedig 14,5. 1 pont

(Bármilyen helyes gondolatmenettel kapott helyes eredményért 5 pont jár.)

**Összesen: 5 pont**

b) A medián: 4, mivel a 1 pont

3; 4; 4; 7; 14,5 adatsorban a középső éppen 4. 2 pont

**Összesen: 3 pont**

$$c) \sigma = \sqrt{\frac{(6,5 - 3)^2 + 2 \cdot (6,5 - 4)^2 + (6,5 - 7)^2 + (6,5 - 14,5)^2}{5}}. \quad 2 \text{ pont}$$

(Ha nem írja fel a képletet, hanem a számológép segítségével számol, akkor is jár a 2 pont.)

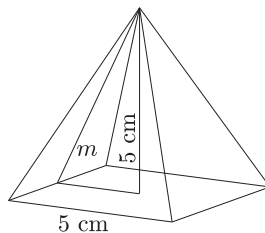
Az adathalmaz szórása: 4,22. 2 pont

**Összesen: 4 pont**

## II./B rész

A 15–17. feladatokból csak kettőt kellett megoldani, és csak kettő értékelhető.

15. feladat.



A négyzetes gúla térfogata:

$$V_{\text{gúla}} = \frac{T \cdot M}{3} = \frac{a^2 \cdot M}{3}.$$

$$V_{\text{gúla}} = \frac{5^3}{3} = \frac{125}{3} \approx 41,67.$$

1 db gúla térfogata  $41,67 \text{ cm}^3$ .

(A gúla térfogatának kiszámítása. A mértékegység és a szöveges válasz itt nem feltétlenül szükséges.)

2 pont

100 db-ra elég a nyersanyag, azaz a nyersanyag térfogata:

$$V_{100} = \frac{12\,500}{3} \approx 4166,67.$$

Tehát a nyersanyag térfogata  $4166,67 \text{ cm}^3$ .

(100 db térfogata. Ha nem ír szöveges választ, de helyes eredményt ad meg mértékegységgel együtt, akkor is jár az 1 pont.)

1 pont

**Összesen: 3 pont**

b)  $A = a^2 + 4 \cdot \frac{a \cdot m}{2}$ .

Pitagorasz-tétel alkalmazása:

$$m^2 = 5^2 + 2,5^2.$$

1 pont

$$m \approx 5,59.$$

A gúla oldallapjának magassága  $5,59 \text{ cm}$ .

(Az oldallap magasságának kiszámítása. A mértékegység és a szöveges válasz itt nem feltétlenül szükséges.)

1 pont

$$A_1 = 5^2 + 4 \cdot \frac{5 \cdot 5,59}{2} = 80,9.$$

Egy gúla felszíne:  $80,9 \text{ cm}^2$ .

(Egy gúla felszínének kiszámítása. A mértékegység és a szöveges válasz itt nem feltétlenül szükséges.)

2 pont

100 gúla felszíne:

$$A_{100} = 8090 \text{ cm}^2 =$$

1 pont

$$= 0,809 \text{ m}^2.$$

(100 gúla felszíne  $\text{m}^2$ -ben megadva. A mértékegység megadása szükséges.)

1 pont

Költségek =  $1200 \cdot A_{100} = 970,8$ . Tehát a festés költsége  $970,8 \text{ Ft}$ .

1 pont

**Összesen: 7 pont**

c) A 100 gúla közül 95 hibátlan és

1 pont

5 hibás.

1 pont

A kiválasztott 8 között nincs selejtes, tehát ezt a nyolcat a hibátlanok közül kell kiválasztani. 95 hibátlanból 8-at kell

kiválasztani úgy, hogy a gúlák sorrendje közömbös, ezért:  $\binom{95}{8}$ .

(Indoklás nélkül is elfogadható a jó eredmény.)

2 pont

**Összesen: 4 pont**

d) Ebben az esetben 3 selejtest kell kiválasztani az 5 hibásból:  $\binom{5}{3}$ ;

1 pont

és 5 jót pedig a 95 hibátlanból:  $\binom{95}{5}$

1 pont

A kedvező lehetőség:  $\binom{5}{3} \cdot \binom{95}{5}$ .

1 pont

Az összes lehetőség:  $\binom{100}{8}$ .

1 pont

A végeredmény:  $\frac{\binom{5}{3} \cdot \binom{95}{5}}{\binom{100}{8}} = 3 \cdot 10^{-3}$ .

1 pont

**Összesen: 5 pont**

**16. feladat.** a)  $4^{2x^2-26x+75} = 4^3$ .

1 pont

Az exponenciális függvény monotonitása miatt:

1 pont

$$2x^2 - 26x + 75 = 3.$$

1 pont

$$x_1 = 9.$$

1 pont

$$x_2 = 4.$$

1 pont

(Ha azt mutatja meg, hogy ezek jó gyökök, de nem mutatja meg, hogy más megoldás nincs, akkor 2 pont adható.)

**Összesen: 5 pont**

b) Tehát a számtani sorozatban

$$a_1 = 9 \text{ és } d = 4.$$

2 pont

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + (n-1) \cdot d}{2} \cdot n.$$

$$S_5 = \frac{18 + 4 \cdot 4}{2} \cdot 5.$$

1 pont

$$S_5 = 85.$$

1 pont

**Összesen: 4 pont**

$$c) S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + (n-1) \cdot d}{2} \cdot n.$$

$$3649 = \frac{18 + (n-1) \cdot 4}{2} \cdot n.$$

2 pont

$$2n^2 + 7n - 3649 = 0.$$

2 pont

$$n_1 = 71.$$

1 pont

$$n_2 = -44,5.$$

1 pont

Ez nem megoldása a feladatnak.

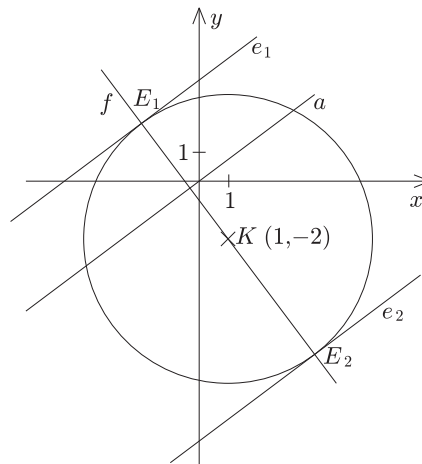
1 pont

Tehát az első 41 tag összege 3649.

1 pont

**Összesen: 8 pont**

### 17. feladat.



1. megoldás:

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0.$$

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 25.$$

(A kör egyenletének rendezéséért.)

2 pont

$$K(1; -2).$$

(A középpont meghatározásáért összesen 3 pont adható.)

1 pont

$$\mathbf{a} : 3x - 4y = 0,$$

$$\mathbf{n}_a(3; -4).$$

(Az  $a$  egyenes normálvektorának felírásáért.)

1 pont

$$\mathbf{n}_f(4; 3).$$

(Az  $f$  egyenes normálvektorának felírásáért.)

1 pont

$$K(1; -2).$$

$$f : 4x + 3y = -2.$$

(Az  $f$  egyenes egyenletéért összesen 3 pont adható.)

1 pont

Az egyenes és a kör metszéspontja adja az érintési pontokat:

$$\left. \begin{array}{l} 4x + 3y = -2, \\ x^2 + y^2 - 2x + 4y - 20 = 0. \end{array} \right\}$$

(Az egyenletrendszer felírásáért.)

1 pont

$$x^2 - 2x - 8 = 0 \text{ vagy } y^2 + 4y - 12 = 0.$$

(Valamelyik egyismeretlenes egyenletéért.)

4 pont

$$x_1 = -2 \quad x_2 = 4.$$

(A gyökök.)

1 pont



$$y_1 = 2 \quad y_2 = -6.$$

(A másik két gyök.)

1 pont

$$E_1(-2; 2) \quad E_2(4; -6).$$

(Az érintési pontok.)

2 pont

Az érintők egyenlete:

$$3x - 4y = 36,$$

1 pont

$$3x - 4y = -14.$$

1 pont

**Összesen: 17 pont**

*2. megoldás:*

Az érintők párhuzamosak a megadott egyenessel, ezért paraméteres egyenletük:

$$3x - 4y = c,$$

$$y = \frac{3x - c}{4}.$$

(Az érintő paraméteres egyenletének felírásáért.)

2 pont

$$x^2 + \left(\frac{3x - c}{4}\right)^2 - 2x + 4 \cdot \frac{3x - c}{4} - 20 = 0.$$

(A kör egyenletébe való behelyettesítéséért.)

1 pont

$$25x^2 + (-6c + 16)x + c^2 - 16c - 320 = 0.$$

(A paraméteres másodfokú egyenlet rendezett alakjáért.)

3 pont

Az egyenesnek és a körnek akkor van egy közös pontja, ha az egyenlet diszkriminánsa nulla.

(A feltétel megfogalmazása szövegben vagy jelöléssel.)

2 pont

$$D = (-6c + 16)^2 - 100(c^2 - 16c - 320) = 0.$$

(A diszkrimináns felírásáért.)

3 pont

$$c^2 - 22c - 504 = 0.$$

(Másodfokú egyenlet rendezett alakjáért.)

2 pont

$$c_1 = 36.$$

1 pont

$$c_2 = -14.$$

1 pont

Az érintők egyenlete:

$$3x - 4y = 36.$$

1 pont

$$3x - 4y = -14.$$

1 pont

**Összesen: 17 pont**