

I. rész

1. Határozzuk meg azon négyzet csúcspontjainak a koordinátáit, amelynek három csúcsa illeszkedik az $x^2 - 6x - 5y + 4 = 0$ egyenletű parabolára, és átlói párhuzamosak a koordináta-tengelyekkel.

- a) Mekkora a négyzetbe írt kör területe?
b) Hány rácspontja van a zárt körlapnak? (11 pont)

2. Oldjuk meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$1 - x^2 - x^4 = 4 \sin^2 x. \quad (12 \text{ pont})$$

3. Az alábbi táblázat a fogyasztói árindex alakulását mutatja néhány országban 1995–1999 között:

Ország	változás az előző évhez képest, %				
	1995	1996	1997	1998	1999
Ausztria	2,3	1,5	1,3	1	0,6
Franciaország	1,7	2	1,2	0,8	0,6
Lengyelország	27,8	19,9	14,8	11,6	7,3
Magyarország	28,2	23,6	18,3	14,3	10
Nagy-Britannia	3,4	2,4	3,2	3,4	1,6
Németország	1,8	1,4	1,9	1	0,6

- a) Értelmezzük, mit jelent Ausztriánál az utolsó két oszlopban található 1 és 0,6 szám.
b) Ha valaki 1994-ben 34 000 forintot az ágy nemű közé rejtett, hány forintnak felel meg a vásárlóereje 1999-ben?
c) Nagymami 200 000 forintot akar diplomaajándékként az unokájának adni 1999-ben, amikor végez. Mennyi pénzt tett a sikeres felvételi vizsga hírére 1994-ben abba a bankba, amelyik – mint utóbb kiderült – pontosan a fogyasztói árindexszel megegyező kamatot adott 1994 és 1999 között? (14 pont)

4. Az ABC szabályos háromszög alapú, D csúcsú gúla alapélei 18 cm, oldalélei $6\sqrt{6}$ cm hosszúak. Fektessünk az AD éllel párhuzamos síkot az AB és AC élek felezőpontjain át.

- a) Számítsuk ki a síkmetszet területét.
b) Mekkora szöget zár be a metsző sík az alapsíkkal? (14 pont)

II. rész

5. Egy 16 fős csoportban a kémia átlag 3,81 volt (két tizedesre kerekítve). Tudjuk, hogy senki sem bukott meg.

- a) Legfeljebb hányan kaphattak kettest?
b) Biztos-e, hogy volt valakinek ötöse?
c) Hányféleképpen lehetett pontosan 11 darab négyes?
d) Igaz-e, hogy ha a módusz 4, akkor a medián is 4? (16 pont)

6. Egy derékszögű háromszög beírt körének sugara, körül írt körének sugara és a kerülete egy mértani sorozat három egymást követő tagja. Bizonyítsuk be, hogy ekkor a két hegyesszög tangensének összege 4. (16 pont)

7. Egy víztorony (P) távolságát kell az 1 : 250 000 arányú térkép segítségével az A falutól meghatározni. Ehhez két falu (B és C) A -tól való távolságát ismerjük a térképen: $AB = 17,2$ cm, $AC = 20,0$ cm. Lemértük továbbá, hogy

$$\angle APB = 83^\circ, \quad \angle APC = 130^\circ \quad \text{és} \quad \angle BAC = 65^\circ.$$

Mekkora az AP távolság a valóságban? (16 pont)

8. Határozzuk meg azt a harmadfokú függvényt, amelyik a következő tulajdonságokkal rendelkezik:

- a) Belülről érinti az $x^2 + y = 4$ görbét az $x = 0$ pontban.
b) A két görbe metszi egymást az $x = 2$ pontban.
c) A két görbe közé zárt terület a $[0; 2]$ intervallumban $\frac{4}{3}$.
Írjuk le a harmadfokú függvény menetét. (16 pont)

9. Egy 9 tagú társaság felszál a három kocsiból álló HÉV szerelvényre, de a nagy tolongásban a társaság minden tagja csak azt nézi, hogy feljusson valamelyik kocsira, nem törődik azzal, hogy a társai melyik kocsiba szálltak.

- a) Mennyi a valószínűsége, hogy mindhárom kocsiba a társaság 3–3 tagja szállt?
- b) Mennyi a valószínűsége, hogy a három kocsi közül legalább az egyikbe nem szállt fel senki a társaság tagjai közül?
- c) Mennyi a valószínűsége, hogy a három kocsi közül legalább az egyikbe legfeljebb egy ember szállt fel a társaságból?

(16 pont)