A 45. Nemzetközi Matematikai Diákolimpiát Görögországban, Athénban rendezték 2004. július 4–18. között. A zsűri feladatkitűző üléseit az ókori jóshelyéről és műemlékeiről híres Delfiben tartotta; a csapatvezetők csak a versenyfeladatok megírása után költöztek át Athénba.

A versenyen minden eddiginél több, 85 ország vett részt. A legtöbb ország a megengedett maximális létszámú, 6 fős csapattal szerepelt; az alábbi listában az országnév után zárójelben tüntettem fel az adott ország versenyzőinek számát, ha ez hatnál kevesebb volt. Az összes résztvevő versenyző száma is rekordnagyságú, 486 volt.

A résztvevő országok: Albánia, Amerikai Egyesült Államok, Argentína, Ausztrália, Ausztria, Azerbajdzsán, Belgium, Belorusszia, Bosznia-Hercegovina, Brazília, Bulgária, Ciprus, Csehország, Dánia, Dél-Afrika, Dél-Korea, Ecuador, Észtország, Finnország, Franciaország, Fülöp-szigetek (5), Görögország, Grúzia, Hollandia, Hongkong, Horvátország, India, Indonézia, Irán, Írország, Izland, Izrael, Japán, Kanada, Kazahsztán, Kína, Kirgizisztán, Kolumbia, Kuba (1), Kuvait, Lengyelország, Lettország, Litvánia, Luxemburg (3), Macao, Macedónia, Magyarország, Malajzia, Marokkó, Mexikó, Moldova, Mongólia, Mozambik (3), Nagy-Britannia, Németország, Norvégia, Olaszország, Oroszország, Örményország, Paraguay (3), Peru (3), Portugália, Puerto Rico (5), Románia, Spanyolország, Sri Lanka, Svájc, Svédország, Szaúd-Arábia, Szerbia és Montenegró, Szingapúr, Szlovákia, Szlovénia, Tajvan, Thaiföld, Törökország, Trinidad és Tobago (5), Tunézia, Türkmenisztán, Új-Zéland, Ukrajna, Uruguay, Üzbegisztán, Venezuela (2), Vietnam.

Először vett részt Mozambik és Szaúd-Arábia. A versenyen szokás szerint mindkét napon négy és fél óra alatt 3–3 feladatot kellett megoldani. (A feladatokat alább közöljük). Mindegyik feladat helyes megoldásáért 7 pont járt, így egy versenyző maximális teljesítménnyel 42 pontot szerezhetett. A verseny befejezése után megállapított ponthatárok szerint aranyérmet a 32–42 pontot elért, ezüstérmet a 24–31 pontos, míg bronzérmet a 16–23 ponttal rendelkező tanulók szereztek.

A magyar csapatból

Rácz Béla András 42 ponttal *aranyérmet,*

Pach Péter Pál 35 ponttal *aranyérmet,*

Hubai Tamás 31 ponttal *ezüstérmet,*

Kocsis Albert Tihamér 29 ponttal *ezüstérmet,*

Paulin Roland 28 ponttal *ezüstérmet* szerzett. (Valamennyien a Fazekas Mihály Főv. Gyak. Gimn. tanulói, Paulin Roland 10. osztályos, a többiek a 12. osztályba jártak.)

Egri Attila (Hajdúszoboszló, Hőgyes Endre Gimn., 12. o.t.) 22 ponttal *bronzérmet* nyert.

A csapat vezetője *Pelikán József* (ELTE TTK, Algebra és Számelmélet Tanszék), helyettes vezetője *Dobos Sándor* (Fazekas Mihály Főv. Gyak. Gimn.) volt. A csapattal tartott kísérőként *Kós Géza* (MTA SZTAKI) is.

Az országok (nem-hivatalos) pontversenyében Magyarország a 7. helyen végzett. A csapatverseny első 20 helyezettjének sorrendje így alakult (megszerzett pontszámaikkal):

1. Kína 220, 2. USA 212, 3. Oroszország 205, 4. Vietnam 196, 5. Bulgária 194, 6. Tajvan 190, 7. Magyarország 187, 8. Japán 182, 9. Irán 178, 10. Románia 176, 11. Ukrajna 174, 12. Dél-Korea 166, 13. Belorusszia 154, 14. India 151, 15. Izrael 147, 16. Lengyelország 142, 17. Moldova 140, 18. Szingapúr 139, 19. Mongólia 135, 20. Nagy-Britannia 134.

A verseny után a szervezők különféle nem-hivatalos statisztikákat is közzétettek. Ezek egyikén örömmel láttuk, hogy az Európai Unió 24 országa között (a 25., Málta nem vett részt) Magyarország nagy fölénnyel az első helyen végzett. (Az élmezőny: 1. Magyarország 187, 2. Lengyelország 142, 3. Nagy-Britannia 134, 4. Németország 130.)

Szeretnék köszönetet mondani az egyes versenyzők tanárainak, akik a következők voltak:

Rácz Béla András: *Hraskó András, Surányi László, Fazakas Tünde, Pósa Lajos.*

Pach Péter Pál, Hubai Tamás: *Hraskó András, Surányi László, Fazakas Tünde.*

Kocsis Albert Tihamér: *Hraskó András, Surányi László.*

Paulin Roland: *Táborné Vincze Márta, Hraskó András, Pósa Lajos.*

Egri Attila: *Deli Lajos, Pósa Lajos.*

Ugyancsak szeretnék köszönetet mondani *Dobos Sándornak* és *Reiman Istvánnak;* az olimpiai előkészítő szakkör jelenlegi, illetve korábbi vezetőjének.

Műemlékek gazdagságában kevés ország vetekedhet Görögországgal. Egész napos kirándulás keretében láttuk Mükéné nevezetességeit (a híres oroszlános kaput, „Agamemnón sírját”), és az ókori színházat Epidauroszban. (A színház kiváló akusztikáját illusztrálja, hogy Dobos tanár úr okarina- („körtemuzsika”-) játéka a legfelső sorokban is zajos tetszést aratott.) Lenézhettünk a korinthoszi csatorna tátongó mélységébe és persze jártunk az athéni Akropoliszon is.

A jövő évi diákolimpiát Mexikóban a híres tengerparti üdülőhelyen, Cancúnban rendezik július 1. és 12. között.

A 45. Nemzetközi Matematikai Diákolimpia feladatai

Első nap

1. Legyen ABC hegyesszögű háromszög, amiben $AB \neq AC$. A BC átmérőjű kör az AB, ill. AC oldalakat az M, ill. N pontokban metszi. Jelölje O a BC oldal középpontját. A $BAC\sphericalangle$ és $MON\sphericalangle$ szögek szögfelezői az R pontban metszik egymást. Bizonyítsuk be, hogy a BMR és CNR háromszögek körülírt köreinek van olyan közös pontja, ami a BC oldalon fekszik.

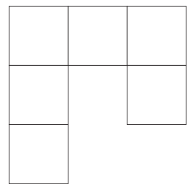
2. Határozzuk meg az összes olyan valós együtthatós $P(x)$ polinomot, amely kielégíti a

$$P(a-b)+P(b-c)+P(c-a)=2\,P(a+b+c)$$

egyenlőséget, valahányszor a, b, c olyan valós számok, amelyekre teljesül

$$ab+bc+ca=0.$$

3. Nevezzük *horog*nak az alábbi ábrán látható, hat egységnégyzetből álló alakzatot



valamint minden olyan alakzatot, amely ebből forgatásokkal és tükrözésekkel kapható.

Határozzuk meg az összes olyan $m \times n$-es téglalapot, ami lefedhető horgokkal úgy, hogy

- a lefedés hézagmentes és átfedések nélküli,
- semelyik horognak nem nyúlik semelyik része sem a téglalapon kívülre.

Második nap

4. Legyen $n \geq 3$ egész szám. Legyenek $t_1, t_2, \ldots, t_n$ pozitív valós számok, amelyekre teljesül

$$n^2+1>(t_1+t_2+\cdots+t_n)\left(\frac{1}{t_1}+\frac{1}{t_2}+\cdots+\frac{1}{t_n}\right).$$

Mutassuk meg, hogy t_i, t_j, t_k egy háromszög oldalhosszai minden olyan i, j, k esetén, amikre $1 \leq i < j < k \leq n$ teljesül.

5. Egy $ABCD$ konvex négyszögben a BD átló nem szögfelezője sem az $ABC\sphericalangle$, sem a $CDA\sphericalangle$ szögnek. A P pont az $ABCD$ négyszög belsejében fekszik, és teljesül rá

$$PBC\sphericalangle = DBA\sphericalangle \quad \text{és} \quad PDC\sphericalangle = BDA\sphericalangle.$$

Bizonyítsuk be, hogy $ABCD$ akkor és csak akkor húrnégyszög, ha $AP = CP$.

6. Egy pozitív egész számot *alternáló*nak nevezünk, ha a tízes számrendszerbeli felírásában a szomszédos számjegyek mindig különböző paritásúak.

Határozzuk meg az összes olyan n pozitív egész számot, amire igaz az, hogy n-nek van olyan többszöröse, ami alternáló szám.